

אחוזים

תוכן העניינים

88	• מבוא לפרק "אחוזים"
93	א. אחוזים - חזרה
94	לקראת פתרון בעיות בעזרת טבלות התאמה
97	ב. פתרון בעיות אחוזים בעזרת טבלות התאמה
100	ג. בעיות אחוזים - הרחבה
102	ד. דיון מסכם
103	ה. תרגול נוסף
123	• מבדק מסכם



מבוא לפרק "אחוזים"

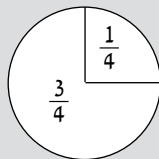
הנושא **אחוזים** נלמד לראשונה בכיתה ה': שם התלמידים מכירים את המושג **אחוז** כשם אחר למאית ולומדים את המשמעות של אחוזים פשוטים (10%, 25%, 50%).
כיתה ו' מעמיקים את הידע בנושא זה ועוסקים בחישוב ערך האחוז וחישוב האחוז. כמו כן עוסקים בשימוש באחוזים במצבים יומיומיים ובשאלות מילוליות הקשורות במציאת אחוז מכמות.
תלמידים שלא למדו כלל את נושא האחוזים בכיתה ה' יכולים ללמוד בכיתה ו' את הפרק של כיתה ה' (כולו או מבחר פעילויות מתוכו) לפני הפרק של כיתה ו'.
בתחילה נציג כאן רקע כללי לנושא, ולאחריו פירוט הפעילויות בפרק שבספר הלימוד.

המעבר ההדרגתי מבעיות העוסקות בשברים לבעיות העוסקות באחוזים

נדגים את המורכבות של הנושא ואת המעבר אליו בעזרת מודל העיגול. כמובן אפשר להשתמש גם במודלים אחרים, כפי שעשינו גם במהלך פרק זה. אפשר לתאר מורכבות זו על ידי דירוג לשלוש רמות של בעיות:

א. בעיות העוסקות בשבר כחלק משלם (בלי כמויות)

בעיות מסוג זה עוסקים בחלקים של שלם בלי לתת את הדעת לגודלו של השלם (כלומר, לכמות שהוא מייצג). עוסקים רק בחלקים השונים או השווים שלו, כלומר, בלי לנסח זאת במפורש, עוסקים ביחס שבין חלק מן השלם לבין השלם כולו.



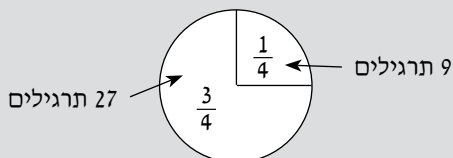
דוגמה

במבחן היו תרגילים רבים. אפרת פתרה את כולם ושגתה ב- $\frac{1}{4}$ מהם. איזה **חלק** מהמבחן פתרה אפרת נכון?

המספרים שעוסקים בהם בבעיה זו הם 1 , $\frac{1}{4}$ ו- $\frac{3}{4}$.

ב. בעיות העוסקות בשבר כחלק מכמות

בעיות מסוג זה עוסקים במספרים שהיו בסוג הראשון: המספר 1, המייצג את השלם, והשברים, המייצגים חלקים שלו. אבל נוסף עליהם עוסקים בבעיות כאלה גם בכמויות: הכמות השלמה והכמויות המתאימות לחלקים הנידונים בבעיה.



דוגמה

במבחן היו 36 תרגילים. אפרת פתרה את כולם ושגתה ב- $\frac{1}{4}$ מהם. כמה **תרגילים** פתרה אפרת נכון?

סך הכול (השלם) - 36 תרגילים

בעיה זו עוסקים במספרים 1 , $\frac{1}{4}$ ו- $\frac{3}{4}$ כמו בבעיה הקודמת, אבל נוסף עליהם עוסקים גם במספרים המתארים את הכמויות: 36 התרגילים שבמבחן, 9 התרגילים ששגתה בהם אפרת ו-27 התרגילים שפתרה נכון.

מבוא לפרק "אחוזים"

ג. בעיות באחוזים

24 תרגילים, 75% $\frac{3}{4}$

9 תרגילים, 25% $\frac{1}{4}$

סך הכול (השלם) - 36 תרגילים, 100%

דוגמה

במבחן היו 36 תרגילים. אפרת פתרה את כולם ושגתה ב-9 מהם. איזה אחוז מהתרגילים פתרה אפרת נכון?

- בבעיה זו כבר מעורבות שלוש מערכות של מספרים:
- השלם, 1, וחלקיו $\frac{1}{4}$ ו- $\frac{3}{4}$ - כמו בבעיה הראשונה
 - הכמויות - 36 תרגילים, 27 תרגילים ו-9 תרגילים - שנוספו בבעיה השנייה
 - מספרי האחוזים - 100%, 25% ו-75% - שנוספו בבעיה האחרונה.

העיסוק בשלוש מערכות המספרים בבת-אחת בבעיות אחוזים הוא אחד הקשיים בלמידת הנושא.

הוראת הנושא "אחוזים" בכיתה ה' ובכיתה ו'

הפרק **אחוזים** בכיתה ה' (ספר 3) עסק ברובו בבעיות שתוארו הן בדיאגרמת עיגול והן בטבלאות ובהן הכמות הכוללת חולקה לקבוצות זרות. מטרת ההוראה הייתה להמחיש בדרכים אלה שסכום הכמויות שווה לכמות הכוללת, סכום האחוזים שווה ל-100% וסכום החלקים (השברים) שווה ל-1. על פתרון בעזרת המחשבות אלה חוזרים ביחידה הראשונה, "א. אחוזים - חזרה", של הפרק הנוכחי לכיתה ו' (פעילות 1 בעמוד 148).

בכיתה ה' למדו התלמידים גם לזהות ולחשב אחוזים "נוחים" - 1%, 10%, 20%, 25%, 50% - להכיר את משמעויותיהם כשברים ולחשב כמויות בעזרתם. לדוגמה: 10% מ-500 שקל הם $\frac{1}{10}$ מסכום זה (כי 10% הם $\frac{1}{10}$), ולכן 10% מ-500 שקל הם 50 שקל. גם משימות כאלה אפשר למצוא ביחידה הראשונה של הפרק הנוכחי, למשל, פעילות 3 בעמוד 149.

פתרון בעיות אחוזים בעזרת טבלת התאמה

החידוש העיקרי בכיתה ו' הוא הכלי המאפשר לחשב אחוזים כלשהם. כלי זה הוא טבלת ההתאמה.

אחוזים	מקומות	
100	600	כל המקומות באולם
21	?	המקומות הריקים
1	6	אחוז אחד מהמקומות

דוגמה

באולם יש 600 מקומות ישיבה. בדרך כלל 21% מן המקומות נשארים ריקים בעת מופע. כמה מקומות נשארים ריקים?

תחילה מחשבים אחוז אחד מן המקומות באולם:

$600 : 100 = 6$ אחוז אחד מן המקומות באולם הם 6 מקומות.

מבוא לפרק "אחוזים"

לאחר מכן מחשבים את מספר המקומות הריקים:
 $6 \times 21 = 126$ מספר המקומות הריקים הוא 126.

	מקומות	אחוזים	
	600	100	כל המקומות באולם
$\times 21$	126	21	המקומות הריקים
	6	1	אחוז אחד מהמקומות

טבלת התאמה היא טבלת נתונים שיש בה שני טורי נתונים, ובין שני הגדלים של כל שורה יש יחס קבוע לכל אורך הטבלה. כמו כן בכל זוג שורות יש יחס שווה בין המרכיבים השמאליים של השורות לבין המרכיבים הימניים שלה.

דוגמה

בכל חפיסת שוקולד יש 24 קוביות.

- כמה קוביות יש ב-5 חפיסות?
- בכמה חפיסות יש 240 קוביות בסך הכול?

שלבי הפתרון:

- מארגנים את הנתונים בטבלת התאמה.
- מוצאים פי כמה יש לכפול או לחלק.
- מחשבים את הנתונים החסרים בעזרת תרגילים מתאימים:

- $5 \times 24 = 120$ ב-5 חפיסות יש 120 קוביות שוקולד.
- $240 : 24 = 10$ ב-10 חפיסות יש 240 קוביות שוקולד.

חפיסות	קוביות שוקולד
1	24
5	?
?	240

כשפותרים בעיות בעזרת טבלת התאמה אפשר להבחין בין שני סוגי בעיות מבחינת הקושי.

סוג ראשון

בעיות שבהן קל לראות או לחשב את היחס הקבוע שבין הטורים או השורות בטבלה ולהשתמש בו לפתרון הבעיה. שתי הבעיות שלמעלה שייכות לסוג זה:

בעיית המקומות באולם

	מקומות	אחוזים
	600	100
	?	21
	6	1

$\times 6$

$:100$

בעיית השוקולד

חפיסות	קוביות שוקולד
1	24
5	?
?	240

$\times 24$

$\times 5$

$\times 10$

מבוא לפרק "אחוזים"

בבעיות מהסוג הראשון, שבהן קל לראות את הקשרים של כפל או חילוק בין השורות או הטורים, עוסקים בכיתה ה'. אין עוסקים שם בבעיות מהסוג השני, המפורט להלן.

סוג שני

בסוג זה אנחנו כוללים בעיות שהמספרים שבהן מקשים על התלמידים למצוא את הקשרים בין הטורים או השורות.

דוגמה:

במטע קטפו וארזו 1,351 ק"ג אגסים למשלוח.
חל עיכוב במשלוח ובגללו התקלקלו 67% מהאגסים הארוזים.
כמה ק"ג אגסים התקלקלו?

טבלת ההתאמה של הבעיה הזו תיראה כך:

אחוזים	ק"ג אגסים	
100	1,351	האגסים הארוזים
67	?	האגסים שהתקלקלו

כדי לחשב את המספר החסר בטבלה זו עדיף להשתמש בכלל מתוכם יותר של טבלת התאמה - כלל הכפל באלכסון. מסמנים את משקל האגסים המקולקלים ב-?, מרכיבים את המשוואה ופותרים אותה: $100 \times ? = 67 \times 1,351$.

לפי תכניות הלימודים של בית הספר היסודי וחיבת הביניים ילמדו התלמידים לפתור בעיות אחוזים ברמת קושי זו בחטיבת הביניים ולא בכיתה ו'.

סיווג בעיות באחוזים לפי המרכיב שצריך לחשב

בבעיית אחוזים מעורבים בדרך כלל שלושה מרכיבים: הכמות השלמה, האחוז והכמות המתאימה לאחוז. בבעיה טיפוסית נתונים שניים מהמרכיבים האלה ויש למצוא את השלישי.

דוגמאות:

ג

6 תלמידים שהם 15% מתלמידי הכיתה, משתתפים בחוג למתמטיקה. כמה תלמידים בכיתה?

אחוזים	תלמידים
100	?
15	6

צריך לחשב את הכמות השלמה (המתאימה ל-100%).

ב

בכיתה 40 תלמידים. 6 מהם משתתפים בחוג למתמטיקה. מה אחוז התלמידים המשתתפים בחוג למתמטיקה?

אחוזים	תלמידים
100	40
?	6

צריך לחשב את האחוז המתאים לכמות החלקית ("חישוב האחוז").

א

בכיתה 40 תלמידים. 15% מהם משתתפים בחוג למתמטיקה. כמה תלמידים משתתפים בחוג למתמטיקה?

אחוזים	תלמידים
100	40
15	?

צריך לחשב את הכמות המתאימה לאחוז ("ערך האחוז").

מבוא לפרק "אחוזים"

- תכנית הלימודים במתמטיקה לכיתה ו' דורשת רק שניים מהסוגים האלה:
- א. מציאת הכמות המתאימה לאחוז (כאן דוגמה א) - סוג זה מכונה בתכנית הלימודים "חישוב ערך האחוז".
 - ב. מציאת האחוז המתאים לכמות חלקית נתונה (כאן דוגמה ב) - סוג זה מכונה בתכנית הלימודים "חישוב האחוז".
- תוכלו לקרוא על כך בעמוד 126 של תכנית הלימודים.
- בפרק הלימוד הנוכחי שילבנו בעיות מהסוג השלישי, שבהן צריך לחשב את **הכמות השלמה**. בדרך כלל בעיות אלה קשות יותר מהבעיות האחרות והן מסומנות כאתגר. דוגמה לבעיה שצריך לחשב בה את הכמות השלמה ואיננה מסומנת כאתגר - בעיה ד בעמוד 156 בספר הלימוד.

16 תלמידים, שהם 8% מתלמידי בית הספר, סיימו בהצטיינות לימודי נגינה. כמה תלמידים לומדים בבית הספר?

- דוגמה לבעיה קשה יותר, שבה צריך לחשב את הכמות השלמה וסומנה כ**אתגר** - בעיה ח בעמוד 160 בספר.

בחצר יש עץ אגוזים. 4.5 ק"ג אגוזים, שהם 9% מכל הפרי של העץ, שמרתי בבית, ואת השאר מכרתי. כמה ק"ג אגוזים הניב העץ?



פתרון בעיות אחוזים בדרכים שונות

- בפרק הנוכחי יש דגש על דרכי פתרון שונות לבעיה. החיפוש אחר דרכי פתרון שונות לאותה בעיה מעמיק את התובנה של התלמידים בנושא.
- בעמודים 158-159 בפרק יש דוגמאות אחדות של פתרון אותה בעיה בדרכים שונות. הדגש הוא בעיקר על שלוש דרכים לפתרון:
- פתרון מלא בעזרת טבלת התאמה.
 - ארגון הנתונים בטבלת התאמה ופתרון בעל־פה על סמך התבוננות בטבלה.
 - פתרון בעל־פה ללא טבלה.

מבנה הפרק

- חזרה (עמודים 148-152)
- למידת הנושא החדש: טבלות התאמה ופתרון בעיות אחוזים בעזרתן (עמודים 153-164)
- פעילות סיכום המזמנת דיון וניסוחים מסכמים (עמוד 165)
- תרגול נוסף שאחרי הדיון המסכם (עמודים 166-173): למי שהעמיק את הבנתו בעקבות הפעילות המסכמת והדיונים שהתלוו אליה ניתנת ההזדמנות ליישם את ההבנה העמוקה יותר בפתרון בעיות מאותם הסוגים שהובאו קודם. התרגול הנוסף פותח בפעילויות פשוטות ביותר וכולל את רוב סוגי הבעיות שהיו במהלך הפרק וגם פעילויות מתוחכמות קצת יותר המיועדות לתלמידים המתקדמים.

יחידה זו משמשת חזרה על החומר שנלמד בכיתה ה'. כפתיחה לנושא אפשר לשאול את התלמידים מה הם יודעים (או זוכרים מהשנה שעברה) בנושא אחוזים ולבקש מהם דוגמאות לשימוש באחוזים.

עמוד 148

הפעילות בעמוד זה עוסקת במשחק כדורסל. השלם, המיוצג על ידי עיגול, הוא מספר הנקודות שקלעו שחקני נבחרת בית הספר "אמירים" במשחק. מספר הנקודות שקלע כל שחקן מיוצג בטבלה ככמות, כאחוז מתוך כלל הקליעות במשחק, כשבר וכגזרה של עיגול. גזרות העיגול עוזרות למצוא את החלק המתאים לכמות המיוצגת ומקשרות בין החלק לאחוזים. לדוגמה: רואים בציור שהחמישייה הפותחת קלעה מחצית מהסלים, ומכאן יודעים שהאחוז של קליעות החמישייה הוא 50%. בשלב זה נתונים מספרים שקל לחשב בעל-פה. חשוב שהתלמידים יבדקו את הסכומים בטבלה (כפי שכתוב בסעיף ב), כדי לוודא שהפתרון שלהם נכון.

עמוד 150

בעמוד זה עוסקים במשמעות של אחוז מכמות: אחוז אחד מכמות נתונה הוא מאית מאותה הכמות. לפני העבודה בפעילות 5 אפשר לשאול את התלמידים אילו מספרי אחוזים הם מכירים ממוצרים שיש להם בבית ולדון בתשובותיהם. ההגדרה של אחוז כמאית מאפשרת להפוך כל אחוז נתון לשבר שמכנהו 100. יש לדון גם במצבים של 0% (למשל, בפעילות 5 סעיף ב) ו-100% (למשל, בפעילות 6 סעיף ח וכן בעמוד 152 פעילות 9 סעיף ד).

בדיון שבסעיף א בפעילות 5 חשוב להבהיר שכאשר אומרים "גבינה 5%" מתכוונים שיש 5% שומן בגבינה, כלומר, חמש מאיות מהגבינה הן שומן. לפי משקל הגבינה שבגביע אפשר לחשב חמש מאיות ממנה, וזה משקל השומן שבגבינה.

עמוד 152 פעילות 9

בסעיף ב (פעילות אתגר) אפשר לראות שהשטח הצבוע בכחול הוא רבע משטח הדגל, כלומר, 25% מן הדגל צבוע בכחול. כדי למצוא את האחוז המתאים לשטח הצבוע באדום אפשר לחלק את האחוז הנותר (75%) ל-2 (כי השטח הלבן שווה לשטח הצבוע באדום), כלומר 37.5% משטח הדגל צבוע באדום.

בסעיף ג קל יותר לחשב את כמות המשבצות שיש לצבוע בירוק, אם מבטאים את המספר באחוזים (75%) כשבר $(\frac{3}{4})$: מחשבים את כמות המשבצות המתאימה לשבר זה - $\frac{3}{4}$ מתוך 64 - זוהי כמות המשבצות שיש לצבוע. $\frac{1}{4}$ מ-64 הם 16, $\frac{3}{4}$ מ-64 הם 48, מכאן: יש לצבוע 48 מהמשבצות בירוק.

לפני שמלמדים כיצד לפתור בעיות אחוזים בעזרת טבלות התאמה חוזרים בעמודים אלה על פתרון בעיות במספרים שלמים ובמספרים עשרוניים בשיטה זו. טבלת התאמה היא טבלת נתונים שיש בה שני טורי נתונים, ובין שני הגדלים של כל שורה יש יחס קבוע לכל אורך הטבלה. כמו כן בכל זוג שורות יש יחס שווה בין המרכיבים השמאליים של השורות ובין המרכיבים הימניים שלהן. את שני היחסים האלה אפשר לראות בטבלה המובאת בדוגמה שבראש עמוד 153:

חפיסות	קוביות שוקולד
1	24
5	?
?	240

$\times 24$ (על הקוביות שוקולד)
 $\times 10$ (על החפיסות)

בטבלה רואים כי המספר הימני בכל שורה, גדול פי 24 מהמספר השמאלי, והמספרים שבשורה השלישית גדולים פי 10 מהמספרים שבשורה הראשונה.

בפתרון הבעיות יש לכתוב את המספרים הנתונים שבבעיה במקומות המתאימים בטבלת ההתאמה, ובעזרת היחסים הקבועים בין השורות ובין הטורים שבטבלה אפשר למצוא את המספרים החסרים ולפתור את הבעיה.

בעמודים 153-154 יש בעיות במספרים טבעיים ובמספרים עשרוניים שאותן פותרים בעזרת טבלות התאמה כמתואר לעיל. חשוב לדון עם התלמידים על מציאת הכותרות המתאימות לטבלה, על פי נתוני הבעיה, ועל אופן ארגון הנתונים בטבלה - אלה הכתובים בבעיה ואלה שיש למצוא בעזרת תרגילים.

לפני שניגשים לפתרון הבעיות בעמודים אלה יש לדון עם התלמידים על בעיית חפיסות השוקולד שבדוגמה או על בעיה דומה אחרת על פי השאלות האלה: מהן הכותרות המתאימות לטבלה? אילו מספרים יש למלא בטבלה? באילו מקומות? היכן מתאים לכתוב את סימני השאלה? כיצד יודעים אילו מספרים יש לכתוב במקומם?

עמוד 153

פעילות 1 בעיה ב

כתבו מספר מתאים: $\times 100$

שקלים	אגורות
1	100
17	?
?	2,500
11.5	?

כתבו את הכותרות: $\times 95$

- שקל אחד שווה ל-100 אגורות.
- כמה אגורות הן 17 שקלים?
- כמה שקלים הם 2,500 אגורות?
- כמה אגורות הן 11.5 שקלים?

משמאל מוצגת הטבלה המתאימה למספרים הנתונים בבעיה.

דיון: אילו תרגילים מתאימים לטבלה? איך מוצאים אותם?

- כדי לדעת כמה אגורות הן 17 שקלים פותרים את התרגיל הזה: $17 \times 100 = 1,700$. מכאן: 17 שקלים הם 1,700 אגורות.
 - כדי לדעת כמה שקלים הם 2,500 אגורות פותרים את התרגיל הזה: $2,500 : 100 = 25$. מכאן: 2,500 אגורות הן 25 שקלים.
 - כדי לדעת כמה אגורות הן 11.5 שקלים פותרים את התרגיל הזה: $11.5 \times 100 = 1,150$. מכאן: 11.5 שקלים הם 1,150 אגורות.
- וזו הטבלה המלאה לאחר מציאת התשובות:

כתבו מספר מתאים: $\times 100$

כתבו את הכותרות:

שקלים	אגורות
1	100
17	1,700
25	2,500
11.5	1,150

$\times 25$ (שמאל) $\times 25$ (ימין)

עמוד 154

פעילות 3

שקלים	פיתות
8	5
?	30
64	?

$\times 6$ (שמאל) $\times \square$ (ימין)

- 5 פיתות עולות 8 שקלים.
- מה מחירן של 30 פיתות?
- כמה פיתות נקבל תמורת 64 שקלים?

דרך הפתרון:

- קשה להסתמך על הקשר הכפלי הקבוע בין שני הגדלים שבכל שורה, שכן הוא אינו מספר שלם, ולכן כאשר פותרים יש להיעזר בקשרים הכפליים שבתוך כל טור:
- מספר הפיתות בשורה השנייה - 30 פיתות - גדול פי 6 ממספר הפיתות בשורה הראשונה - 5 פיתות, ולכן גם המחיר בשקלים יהיה גדול פי 6, כלומר: $8 \times 6 = 48$.
 - בודקים ומוצאים כי מספר השקלים בשורה השלישית - 64 שקלים - גדול פי 8 ממספר השקלים בשורה הראשונה - 8 שקלים, ולכן גם מספר הפיתות יהיה גדול פי 8, כלומר: $5 \times 8 = 40$. לפיכך התשובה היא 40 פיתות.

זו הטבלה המלאה:

שקלים	פיתות
8	5
48	30
64	40

$\times 6$ (שמאל) $\times 8$ (ימין)

עמוד 154

פעילות 4 בעיה ד

המחיר של 250 גר' ממרח חומוס הוא 7.25 ש"ח.
מה המחיר של 1 ק"ג ממרח חומוס?

כדי לפתור את הבעיה יש לדעת כמה גרמים הם קילוגרם אחד: 1 קילוגרם = 1,000 גרם.
טבלת ההתאמה המתאימה לפתרון הבעיה:

	מחיר בג'רמים	שקלים
	250	7.25
×4	1,000	?

על סמך הטבלה פותרים את התרגיל הזה: $7.25 \times 4 = 29$.
מכאן התשובה: 1 ק"ג ממרח חומוס עולה 29 שקלים.

ב. פתרון בעיות אחוזים בעזרת טבלות התאמה

(עמודים 155-160 בספר הלימוד)

השימוש בטבלות התאמה לפתרון בעיות אחוזים דומה לשימוש בטבלות אלה לפתרון בעיות כפל וחילוק שבהן עסקו התלמידים ביחידה הקודמת, אלא שבבעיות אחוזים הכותרת של אחד הטורים היא תמיד "אחוזים". בכל הבעיות שפותרים בכיתה ו' אחת השורות בטבלה היא 100 אחוזים והכמות המתאימה להם, ושאר השורות מייצגות אחוזים אחרים והכמויות המתאימות להם.

פתרון בעיית אחוזים נעשה בדרך המוצגת בעמוד 153 בספר הלימוד:

- כותבים את הנתונים במקומות המתאימים בטבלת התאמה.
- מוצאים פי כמה יש לכפול או לחלק.
- מחשבים בעזרת תרגילים מתאימים ועונים על השאלות.

עמודים 155-157

הבעיה הפתורה המובאת כדוגמה בראש עמוד 155 יכולה לשמש בסיס לדיון עם התלמידים על דרך הפתרון. חשוב מאוד להציג את הבעיה תחילה ללא הפתרון, לדון בה עם התלמידים ולהגיע יחד אתם לדרכי פתרון מתאימות.

בבעיות שבעמודים 155-157 מתרגלים פתרון בעיות אחוזים בעזרת טבלת התאמה. במקצת הבעיות התלמידים נדרשים לחשב את ערך האחוז, במקצתן עליהם לחשב את האחוז, ויש בעיות שבהן יש לחשב את הכמות הכוללת (המתאימה ל-100%).

בעיות א-ג נתונה הכמות הכוללת ויש למצוא את הערך של אחוז ממנה. אלה בעיות דומות לרוב הבעיות שבהן עסקו התלמידים עד כה. לעומת זאת **בעיה ד** המצב שונה: הכמות הכוללת אינה נתונה, אלא יש למצוא אותה כשנתונים ערך הכמות החלקית והאחוז שלה.

אחוזים	תלמידים
8	16
100	200
1	2

8: (curved arrow from 100 to 8)
×100 (curved arrow from 2 to 200)

16 תלמידים, שהם 8% מתלמידי בית הספר, סיימו בהצטיינות לימודי נגינה. כמה תלמידים לומדים בבית הספר?

פתרון הבעיה מוצג בטבלה שמשמאל.

גם כאן כדאי לחשב קודם אחוז אחד מהתלמידים - מוצאים שאחוז אחד הוא 2 תלמידים, ולכן תרגיל מתאים למציאת מספר כל התלמידים בבית הספר הוא $2 \times 100 = 200$.

נזכיר רק כי בעיות שבהן צריך לחשב את הכמות השלמה אינן נדרשות בתכנית הלימודים, אך בעזרת טבלת התאמה כל התלמידים יכולים להתמודד אתן.

באופן דומה אפשר לפתור גם את **בעיות ה-ו**.

על **בעיות ז ו-ט** ניתן לענות גם על סמך תובנה מספרית, ללא צורך בטבלת התאמה. **בעיה ז** אפשר לראות שבשתי המשפחות ההוצאה על חימום היא $\frac{1}{100}$ מהמשכורת, ומכאן אפשר להסיק שהאחוז מהמשכורת שווה אף הוא (1%).

עם זאת חשוב לזכור שלמקצת התלמידים עדיין אין תובנה כזו בנושא אחוזים - הם עדיין נמצאים בשלב הפיתוח שלה. תלמידים אלה יכולים לחשב את האחוזים של ההוצאות על חימום בכל משפחה בדרך הארוכה - בעזרת טבלות התאמה - ולהשוות את התוצאות.

ב. פתרון בעיות אחוזים בעזרת טבלות התאמה

בבעיה ט אפשר לראות שאותו אחוז של תלמידים משתתפים בחוג לשחמט בשכבת כיתות ו' וז', ולכן כשמספר התלמידים הכולל גדול יותר, כלומר בשכבת כיתות ז', גם מספר המשתתפים גבוה יותר. וגם במקרה זה - מי שעדיין לא קנה תובנה זו יכול לפתור בעזרת טבלות התאמה.

בעיות ח ו-י דורשות מעבר משברים לאחוזים.

כאמור, ייתכן שמקצת התלמידים יוכלו לפתור בעיות מסוימות בעל-פה, ללא שימוש בטבלות התאמה. אפשר לדון בכל הבעיות או בבעיות נבחרות על האפשרות לפתור אותן בעל-פה בלי להשתמש בטבלות התאמה.

פתרון בעל-פה הוא בהחלט מטרה חשובה בהוראת הנושא, ואולם לתלמידים שעדיין אינם מסוגלים לפתור בעל-פה יש להתיר לפתור בדרך הארוכה. אנחנו מקווים שהם יגיעו אל הפתרונות בעל-פה בקצב ובזמן שלהם.

בבעיה יד התשובה המתקבלת היא שנטע רצה 4.98 ק"מ לפני שעצרה. מכיוון שמתקבל מספר "לא שלם", הבעיה מסומנת כ"אתגר". אפשר להמליץ לתלמידים להמיר את הקילומטרים במטרים, וכך בפתרון הבעיה יעסקו במספרים שלמים וימצאו שנטע רצה 4,980 מטרים עד שעצרה.



עמודים 158-159 - עם המורה

ביחידה זו עוסקים גם בדרכים אחרות לפתרון בעיות אחוזים נוסף על הדרך שנלמדה ביחידה הקודמת, בעזרת טבלת התאמה. בעמודים 158-159 מובאות שלוש דוגמאות פתורות שבכל אחת מהן דרכי פתרון שונות לאותה בעיה. לאחר מכן התלמידים מקבלים אוסף בעיות שאותן הם מתבקשים לפתור בדרך הנוחה להם.

אפשר להציג את אחת הבעיות לדיון בכיתה, לבקש מהתלמידים להציע דרכים שונות לפתרון ולדון בכל דרך: האם היא נכונה? האם היא קלה? האם היא יעילה?

הדוגמה הפתורה הראשונה, **דוגמה א** בעמוד 158, מראה את הדרך שכבר נלמדה - שימוש בטבלת התאמה - וכן דרך המסתמכת על קלות החישוב בעל-פה: מציאת 10% מכמות מסוימת על ידי הפיכתם לשבר הפשוט $\frac{1}{10}$. דרך זו מתאימה בייחוד למקרים שבהם הכמות הכוללת היא כפולה של 10, אך ניתנת להפעלה גם במקרים פחות נוחים. לדוגמה, כשצריך לחשב 30% מ-62 ק"ג אפשר לפתור בטבלת התאמה או בעל-פה כך:

בטבלת התאמה

	קילוגרמים	אחוזים
	62	100
↙	6.2	10
↘	18.6	30

בעל-פה
 30% הם $\frac{3}{10}$
 $\frac{1}{10}$ מ-62 ק"ג הם 6.2 ק"ג,
 לפיכך $\frac{3}{10}$ הם 18.6 ק"ג ($6.2 \times 3 = 18.6$).
 בשתי הדרכים מתקבלת התשובה 18.6 ק"ג.

בדוגמה ב (עמודים 158-159) משתמשים בשתי דרכים שונות למילוי טבלת ההתאמה: דרך ראשונה - מציאת הכמות המתאימה לאחוז אחד ולאחר מכן חישוב הכמות המתאימה לאחוז המבוקש (5%) על ידי כפל ב-5; דרך שנייה - מציאת הכמות המתאימה ל-10% ולאחר מכן חישוב הכמות המתאימה לאחוז המבוקש (5%) על ידי חילוק ב-2. דרך שלישית - חישוב בעל-פה: אפשר למצוא עשירית מהכמות הכוללת (על ידי חלוקה ב-10, שאותה קל לחשב בעל-פה), כלומר: $90 : 10 = 9$, ולאחר מכן מוצאים מחצית מכמות זו (שכן 5% הם מחצית מ-10%). התשובה המתקבלת: 45 קלמרים.

ב. פתרון בעיות אחוזים בעזרת טבלות התאמה

עמוד 160

בעמוד זה יש בעיות לפתרון בדרכים שונות. כל תלמיד מתבקש לפתור כל בעיה בדרך הנוחה לו, ובדיונים בכיתה מומלץ לדון בדרכי הפתרון השונות. לפעמים תלמידים מציעים דרך משלהם הנראית להם שונה מהדרך שהוצעה בכיתה, אף שאין בה כל חידוש. חשוב לדון בהצעות אלה, משום שהתלמיד המציע, וכנראה גם תלמידים אחרים בכיתה, עדיין אינם רואים ששתי הדרכים הנידונות הן בעצם אותה הדרך. אפשר לדון בדומה ובשונה בשתי הדרכים.

בעיות ו-ח בעמוד זה הן בעיות אתגר.



היום הגיעו ללימודים רק 90% מתלמידי השכבה, כי 6 תלמידים נעדרים בגלל מחלת השפעת.
כמה מתלמידי השכבה נמצאים היום בבית הספר?

מהנתון שהגיעו ללימודים רק 90% מתלמידי הכיתה אפשר להסיק ש-10% מהתלמידים נעדרו. כלומר, 6 ילדים מהכיתה הם 10% ממנה, ואת הכמות הכוללת אפשר לחשב בעזרת טבלת התאמה או על ידי הפיכת המספרים באחוזים לשבר $\frac{1}{10}$.

	אחוזים	תלמידים
	10	6
$\times 9$	90	?

$6 \times 9 = 54$

התשובה המתקבלת: 54 תלמידים נמצאים היום בבית הספר. זוהי בעיה מורכבת במציאת הכמות השלמה, וזו הסיבה שסומנה כ**אתגר**.



בחצר יש עץ אגוזים. 4.5 ק"ג אגוזים, שהם 9% מכל הפרי של העץ, שמרתי בבית, ואת השאר מכרתי.
כמה ק"ג אגוזים הניב העץ?

כאן הסיבה לסימון **אתגר** היא כפולה: גם המספרים אינם נוחים וגם יש למצוא את הכמות השלמה. בטבלת התאמה הפתרון עשוי להיראות כך:

	אחוזים	ק"ג אגוזים
	100	50
	9	4.5
$\div 9$	1	0.5

$\times 100$

התשובה המתקבלת: העץ הניב 50 ק"ג אגוזים.

ג. בעיות אחוזים – הרחבה

(עמודים 161-164 בספר הלימוד)

ביחידה זו יש אוסף גדול של בעיות אחוזים מגוונות שנועדו לתרגל את כל הנלמד עד כה. התלמידים יכולים להיעזר בטבלות התאמה לפתרון או לפתור בדרכים שונות, כפי שהודגם ביחידה הקודמת. מקצת הבעיות ביחידה עוסקות בקניות – בהנחות והתייקרויות של מחירים: פעילות 2, פעילות 3 בעיות א-ג ו-ה ופעילויות 11 ו-12. זהו הקשר שכמעט לא עסקו בו עד כה בפרק. מומלץ לדון עם התלמידים על כמה דוגמאות פשוטות של בעיות כאלה: לדוגמה, בעיות שבהן נתונים המחיר המקורי ואחוז ההנחה או ההתייקרות ושואלים על המחיר החדש, בעיות שבהן נתונים המחיר המקורי והמחיר החדש ושואלים על אחוז ההנחה או אחוז ההתייקרות וכן בעיות שבהן נתונים המחיר המקורי וסכום ההנחה או ההתייקרות ושואלים על האחוז של סכום זה. אפשר לבקש מהתלמידים להביא דוגמאות לבעיות כאלה ולאחר מכן לדון בדרכים לפתרון. מומלץ לעודד את התלמידים לבדוק אם תשובותיהם הגיוניות – על ידי הצבת התשובה בנתוני הבעיה או על ידי שאלות המפעילות תובנה, לדוגמה: האם התשובה צריכה להיות גדולה מהמספר הנתון או קטנה ממנו?

עמודים 161-162

פעילות 1

את המשימה הכיתתית המתוארת בפעילות זו ניתן לבצע כעבודת סיכום של הנושא או במהלך לימוד הנושא.

פעילות 2 בעיה א

בבית המרקחת מוכרים קרם הגנה מפני השמש במחיר של 20 שקלים.
בסוף העונה הקרם נמכר בהנחה של 40%.
מהו מחיר הקרם בסוף העונה?

בבעיה זו שואלים על המחיר לאחר ההנחה, כלומר: אם מוצאים קודם את סכום ההנחה, יש להחסיר אותו מהמחיר המקורי.

פעילות 3 בעיה ד

בגביע גבינה שמשקלו 250 גרם יש 5% שומן.
• כמה גרמים שומן יש בגביע זה?
• ערבבו שני גביעי גבינה בקערה. כמה גרמים גבינה היו בקערה?
• כמה גרמים שומן היו בגבינה שבקערה?
• מה היה אחוז השומן בגבינה שבקערה?

התשובות לבעיה ד הן אלה:

- בגביע זה יש 12.5 גרם שומן.
- בשני גביעים יש 500 גרם גבינה, מכאן שבקערה היו 500 גרם גבינה.
- בגביע גבינה אחד יש 12.5 גרם שומן, ובשני גביעים יש 25 גרם שומן (2×12.5), מכאן שבקערה היו 25 גרם שומן.

• חלק השומן בקערה היה $\frac{25}{500} = \frac{5}{100}$ כלומר 5%.

דיון: אף שהגדלנו את כמות הגבינה פי 2, אחוז השומן שבה נשאר כשהיה. מדוע?

בעיה ז פעילות 3 מתקבל בפתרון מספר לא שלם: יש לסלול עוד 10.5 ק"מ.

פעילות 5



כאן צריך לחשב תחילה את מספר התלמידים המתקבל מהנתונים. מספר התלמידים שעוברים לחטיבת הביניים הרגילה הוא 90 (75% מ-120, שהם $\frac{3}{4}$ מ-120), ויחד עם מספר התלמידים שעוברים לחטיבת האמנויות מתקבלים 102 תלמידים ($102 = 90 + 12$). זה מסביר את סעיף א שבו יש תהייה לגבי חינוך חובה. הרי אם קיים חוק כזה - היכן לומדים שאר התלמידים?

עמוד 163

פעילות 6

את סעיף ה אפשר לפתור בשתי הדרכים האלה:

- מוצאים את מספר המשתתפים בסקר שהעדיפו טעם אפרסק (81 ילדים) ואת מספר המשתתפים בסקר שהעדיפו טעם בננה (18 ילדים). מחשבים: $81 : 18 = 4.5$.
 - מחשבים ישירות על סמך האחוזים הנתונים: $45 : 10 = 4.5$.
- תשובה: מספר הילדים המעדיפים טעם אפרסק גדול פי 4.5 ממספר הילדים המעדיפים טעם בננה.

פעילות 8

סעיף א: מכיוון שמספרי הילדים שהשתתפו בסקר שונים בנתיבות ובשדרות, ההשוואה צריכה להיעשות באמצעות האחוזים. אחוז הילדים המעדיפים טעם בננה בשדרות גדול מאחוז הילדים המעדיפים טעם זה בנתיבות. לכן נוכל לומר שעל פי הסקר בשדרות טעם בננה מועדף.

סעיף ב: מכיוון שמספרי הילדים שהשתתפו בסקר שונים בנתיבות ובשדרות, גם ההשוואה הזאת צריכה להיעשות באמצעות האחוזים. אחוז הילדים המעדיפים טעם מוקה בשתי הערים שווה, ולכן נוכל לומר שעל פי הסקר בשתי הערים הילדים אוהבים טעם מוקה באותה המידה.

ד. דיון מסכם

(עמוד 165 בספר הלימוד)

ביחידה זו התלמידים מתבקשים ליישם את מה שלמדו בנושא האחוזים על ידי כך שיחברו בעצמם שאלות הקשורות לנושא. הם מתבקשים לחבר מבחן שיופיעו בו בעיות מילוליות מכל הסוגים שנלמדו בפרק. הבעיות צריכות להיות קלות לפתרון (כדי לא להקשות על התלמידים), חוץ מבעיה אחת שהם מחליטים שהיא קשה (סעיף ז).

חשוב להציג ולהעלות לדיון כיתתי דוגמאות שונות של בעיות שחיברו התלמידים לכל סוג ולדון בבעיות, בפתרון וברמת הקושי שלהן.

ה. תרגול נוסף

(עמודים 166-173 בספר הלימוד)

ביחידה זו, שהיא האחרונה בפרק, יש בעיות נוספות בנושא האחוזים, ואפשר להשתמש בהן במידת הצורך. תלמידים מתקדמים, המבינים את הנושא ושולטים בו היטב, יכולים לדלג על פעילויות 1-4, שנועדו לחיזוק לתלמידים מתקשים יותר.

עמוד 169

פעילות 9



כאן התלמידים צריכים לעשות אומדן הקשור באחוזים. התשובה הנכונה היא בין 4% ל-5% אחוזים, שכן אחוז אחד מ-7,000,000 הוא 70,000. תלמידים שעדיין פותרים באיטיות כל בעיית אחוזים יכולים להתקשות באומדן כזה (המצריך תובנה וחישוב בעל-פה). לכן הבעיה מסומנת כאתגר.

פעילות 12

כאן התלמידים צריכים להמציא בעצמם את הנתונים, כרצונם, כך שהמספרים יסתכמו לכמות הכוללת (2,000) והאחוזים יסתכמו ל-100%.

עמוד 172

פעילות 15

בפעילות זו כתובות שלוש טענות. התלמידים מתבקשים לקרוא כל טענה, לקבוע אם היא נכונה או לא ולנמק מדוע. על כל טענה אפשר לענות על ידי תובנה ללא חישובים ואפשר גם לענות תוך היעזרות בחישובים. מומלץ לדון עם התלמידים לפחות באחת הטענות ולשמוע אם הם השתמשו בחישובים או לא.

עמוד 173

פעילות 17



בעיה זו מסומנת כאתגר כי היא עוסקת בייצוג של השבר $\frac{1}{8}$ באחוזים: $\frac{1}{8} = 12.5\%$. חצי אחוז הוא מושג קשה לתפיסה למי שעדיין לא הפנים כראוי את המושג אחוז. בתכנית הלימודים ממליצים ללמד מושג זה בכיתה ו'. מומלץ להציג את הבעיה לדיון לפני שהתלמידים קוראים את הפתרונות הנתונים. שני הפתרונות, של אמיר ושל איילת, נכונים.