

# שבילים

מתמטיקה לכיתה ט

פונקציה ריבועית  
הרחבה

## צוות המתמטיקה במטח:

**ראש תחום מתמטיקה:** ד"ר שרה הרשקוביץ

**מנהלת צוות פיתוח מתמטיקה לבית הספר העל-יסודי:** ד"ר בבה שטרנברג

**צוות הפיתוח:** רגינה אובודנקו, ד"ר אלכס אוליצין, אסנת אפרת, ד"ר אילנה ארנון,

ד"ר שושנה גלעד, ד"ר מורין הוך, ד"ר ילנה זריא, הלית חפר, דורית כהן, טובי מגדל, רותי מירון,

ד"ר איבי מכמנדרוב, ילנה נפתלייב, ד"ר מיכל סוקניק, ענת פלדמן, אנטולי קורופטוב, הגר רובינק.

**קרא והעיר:** דוד זלצר

**עריכה לשונית:** חוה בן-זקן, מיכל פרנקל, יעל רגב

**צוות גרפיקה:** שירה בכר, איילת גוטרמן, לאה גלס, ישי יגיל

**ריכוז הפעלה:** ד"ר אלכס אוליצין

**מזכירות הצוות:** לילך רון, סוהא חאג' יחיא

**עיצוב גרפי:** ביצועים עיבודי מחשב בע"מ

**הבאה לדפוס:** גדי נחמיאס

**הוצאה לאור:** המרכז לטכנולוגיה חינוכית

**הודפס בשנת 2009**

תודתנו נתונה לבתי הספר שהשתתפו בניסוי הסדרה:

"אהבת ישראל - בנים" - ירושלים, "חט"ב אלון" - רעננה, "אמירים" - כפר ורדים,  
"מקיף אפרים קציר" - חולון, "מקיף שחר מעין" - עין החורש, "עירוני משה שרת" - נתניה.

© כל הזכויות שמורות למטח - המרכז לטכנולוגיה חינוכית

קריית משה רואן, רח' קלאוזנר 16 תל-אביב, ת"ד 39513, מיקוד: 61394

צוות המתמטיקה - טל': 03-6460176, דוא"ל: math@cet.ac.il, אתר באינטרנט: www.cet.ac.il/math

מוקד תמיכה טלפוני של מטח בשעות 8:00-18:00 המספק תמיכה מקצועית: 1-800-366-555

זכויות הקניין הרוחני, לרבות זכויות היוצרים והזכות המוסרית של היוצרים בחוברת זו מוגנות. אין לשכפל, להעתיק, לסכם, לצלם, להקליט, לתרגם, לאחסן במאגר מידע, לשדר או לקלוט בכל דרך או בכל אמצעי אלקטרוני, אופטי, מכני או אחר, כל חלק שהוא מחוברת זו. כמו כן, אין לעשות שימוש מסחרי כלשהו בחוברת זו, בכולה או בחלקים ממנה, אלא אך ורק לאחר קבלת רשות מפורשת בכתב ממטח והמרכז לטכנולוגיה חינוכית.

## תוכן העניינים

4	מודלים מתמטיים של תופעות - רקע היסטורי
6	א. מהי פונקציה ריבועית?
14	ב. הזזות של הפונקציה $f(x) = x^2$
31	ג. הפונקציה $f(x) = ax^2$ והזזות שלה
37	ד. תרגול נוסף
39	תשובות

סמלים לציון פעילויות מסוגים שונים:

✧ חיזוק, ✪ הרחבה, ✨ אתגר, 👑 דיון

חקר תופעות בטבע מתבסס על יצירת מודלים מתמטיים, הממחישים את הקשרים שנצפים בכל תופעה. המדענים משתמשים בקשרים האלה לצורך העלאת השערות, בדיקתן והסברת הממצאים. כבר במאה ה-16 המדען האיטלקי, ניקולו טרטליה (Niccolo Tartaglia, 1499–1557), חיפש דרך לתאר את מסלול מעופו של פגז שנורה. הוא אסף נתונים, ניסח השערות על מסלול מעופו של הפגז, בדק את ההשערות והתאים נוסחאות מתמטיות שתיארו את הנתונים. אולם למרות כל התהליך המורכב הזה הוא קיבל מודל המתאים לתפיסה הקלאסית של זמנו, שלפיה כל מסלול מורכב מקטעים וקשתות.



יוהנס קפלר (Johannes Kepler, 1571–1630) היה מתמטיקאי, אסטרונום ואסטרונום גרמני (באותה תקופה לא הייתה הבחנה ברורה בין אסטרונומיה לאסטרונומיה!). הוא נחשב לאחד מאנשי המפתח במהפכה המדעית של המאה ה-17. בעזרת מודלים מתמטיים תיאר קפלר מסלולים של כוכבי-לכת. קפלר, שהיה אדם דתי, סבר שהתמזל מזלו לגלות "תכניות גאומטריות" שלפיהן יצר אלוהים את העולם.



גלילאו גליליי (Galileo Galilei, 1564–1642) היה פיזיקאי, מתמטיקאי ואסטרונום איטלקי. הוא נחשב לאחד מאבות מדעי הטבע המודרניים. באמצעות הטלסקופ שאותו שכלל הוא גילה כמה תגליות והשתכנע שתחום האסטרונומיה קרוב לתחום הפיזיקה, ואולי אף יכול להיות חלק ממנו (להבדיל מאסטרונומיה).

גלילאו נחשב לאבי המכניקה המודרנית. הוא סתר את הדעה שהייתה מקובלת לפניו שלפיה גופים כבדים נופלים מהר יותר מגופים קלים.

גלילאו טען שכל הגופים נופלים באופן זהה, ללא תלות בגודלם או במשקלם.

נוהגים לספר שגלילאו הוכיח את טענתו באמצעות ניסוי: הוא עמד בראש המגדל הנטוי בפייזה שבאיטליה והפיל שני כדורים, אחד מעץ ואחד ממתכת. ההיסטוריונים טוענים שאין כל עדות שגלילאו אכן ביצע ניסוי כזה.

כיום אנו יודעים שטענתו של גלילאו נכונה רק כאשר מדובר בנפילה בחלל ריק, ואילו התנגדות האוויר גורמת לעצמים מסוימים, כמו נוצה או דף נייר, ליפול לאט יותר מעצמים אחרים. (זוהי אחת הסיבות לכך שאנשים החזיקו בדעה השגויה במשך זמן כה רב). כאשר עורכים ניסוי נפילה בתוך צינור ריק מאוויר, נוצה נופלת במהירות זהה לזו של אבן.

גלילאו גילה עוד תגליות חשובות רבות, אולם התרומה החשובה ביותר של גלילאו הייתה הגישה החדשה שהציג להבנת תהליכים טבעיים באמצעות השימוש במתמטיקה.

למשל, גלילאו היה הראשון שתיאר את הזמן כישר מכון – "ציר הזמן". כאשר אנחנו מסרטטים גרף של פונקציה שבו אחד הצירים הוא ציר הזמן – אנחנו מיישמים את אחת מתגליותיו של גלילאו.

גלילאו התחיל את מהפכת ה"מתמטיזציה" של הפיזיקה. הוא סבר שכל התהליכים וחוקי הטבע ניתנים לתיאור וחקירה בעזרת מתמטיקה, כפי שכתב: "ספר הטבע נכתב בשפת המתמטיקה".

תופעות רבות בטבע אפשר לתאר בעזרת גרף הנקרא **פרבולה**:



הדוגמה הידועה ביותר היא פרבולה שמתארת תנועה של גוף הנזרק כלפי מעלה ונופל בהשפעת כוח הכבידה ללא התנגדות האוויר. בניסויים שערך גלילאו, הוא זרק כדורים ושיער שאפשר לתאר את תנועתם על ידי פרבולה. הוא היה הראשון שטען, שכאשר זורקים גוף כלפי מעלה, המהירות הולכת ופוחתת בקצב קבוע, בדיוק באותו הקצב שבו המהירות גדלה כאשר הגוף נופל.

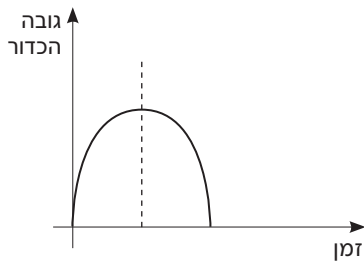


מאוחר יותר הוכיח אייזק ניוטון (Isaac Newton, 1643–1727), פיזיקאי ומתמטיקאי אנגלי, שצורת הפרבולה מתארת באופן הטוב ביותר את מיקומו של גוף נע שמהירותו משתנה בקצב קבוע כתלות בזמן. האגדה מספרת שפעם (בשנת 1666) ניוטון שכב מתחת לעץ תפוחים, ונפל תפוח מהעץ. כאשר התבונן ניוטון במסלול הנפילה של התפוח, עלה גם במוחו הרעיון של חוק הכבידה. רבים מטילים ספק באמיתות הסיפור.

**משימה:**

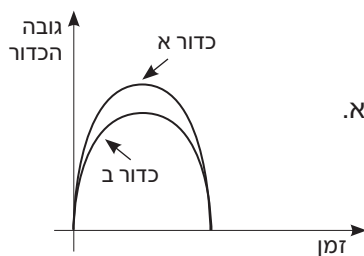
כדור נזרק כלפי מעלה. בטבלה מתוארת השתנות הגובה של הכדור.

זמן בשניות	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6
גובה במטרים	0	1.8	3.2	4.2	4.8	5	4.8	4.2	3.2



א. הגרף שלפניכם מתאר את השתנות הגובה של הכדור בזמן. הסבירו כיצד הגרף מתאים לטבלה.

ב. תארו כיצד השתנה גובה הכדור בזמן. השתמשו במונחים: עולה, יורד, מקסימום, מינימום, קצב השתנות.



ג. לפניכם תיאור גרפי של תנועות של שני כדורים.

- 1 תארו כל אחת מהתנועות של הכדורים והשוו ביניהן.
- 2 כדור שלישי נזרק לאחר שני הכדורים הראשונים והגיע לגובה של כדור א. סרטטו גרף המתאר את תנועתו של הכדור השלישי.

# פונקציה ריבועית

## א. מהי פונקציה ריבועית?

### מה נלמד?

- מהי פונקציה ריבועית?
- הפונקציה הריבועית  $f(x) = x^2$  והפרבולה
- נקודת מינימום ונקודת מקסימום
- נקודות החיתוך של פרבולה עם הצירים
- נקודות האפס של פונקציה ריבועית.

לפניכם רשימה של פונקציות.

א. אילו מהביטויים מתארים פונקציות **לא** קוויות?

1  $f(x) = 2x - 1$

3  $y(x) = x^2 - x$

5  $t(x) = x^3 + 2x - x^2$

2  $g(x) = -x^2 - 1$

4  $k(x) = 2(x - 1)$

6  $l(x) = x^2 + 2x + x^2$

אם אפשר לכתוב ביטוי של פונקציה בצורה  $f(x) = ax^2 + bx + c$

(a, b, c הם מספרים כלשהם ו- $a \neq 0$ ), אז הפונקציה היא **פונקציה ריבועית**.

**דוגמה 1** הפונקציה  $y(x) = x^2 + 2x - 1$  היא פונקציה ריבועית. אפשר להציג אותה בצורה:

$$(a = 1 \quad b = 2 \quad c = -1) \quad y(x) = 1x^2 + 2x + (-1)$$

**דוגמה 2** הפונקציה  $g(x) = x^2$  היא פונקציה ריבועית. אפשר להציג אותה בצורה:

$$(a = 1 \quad b = 0 \quad c = 0) \quad g(x) = 1x^2 + 0x + 0$$

**דוגמה 3** הפונקציה  $f(x) = 2x + 1$  אינה פונקציה ריבועית, כי x אינו מופיע במעלה שנייה.

ב. חזרו לפונקציות שבסעיף א. אילו מהביטויים מתארים פונקציות ריבועיות?

ג. מדוע לדעתכם בהגדרה של פונקציה ריבועית, המופיעה במסגרת למעלה,

כתוב שבביטוי האלגברי של פונקציה ריבועית  $a \neq 0$ ?

בכל סעיף נתונה פונקציה ריבועית.

- כתבו את הפונקציה בצורה  $ax^2 + bx + c$ .
- כתבו מהם a, b, c.

א|  $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$

ג|  $f(x) = 3x^2$

ה|  $f(x) = 2x - x^2 + 5$

ז|  $f(x) = x^2 + x$

ב|  $f(x) = x^2$

ד|  $f(x) = 5 - 3x^2 + 2x$

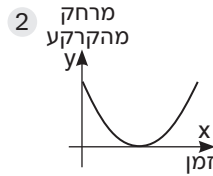
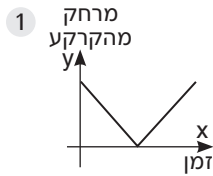
ו|  $f(x) = x^2 - 7$

ח|  $f(x) = -x^2$

3

נתונה הפונקציה הריבועית  $h(x) = x^2$ .

- הכינו טבלת ערכים וכתבו בה שיעורים של 5 נקודות השייכות לגרף של הפונקציה הזאת.
- הוסיפו בטבלת הערכים שיעורים של 5 נקודות אחרות, כך ששיעורי ה- $x$  שלהן הם מספרים נגדיים לאלה שכתבתם בסעיף א (למשל, אם כתבתם  $(2, 4)$ , הוסיפו את  $(-2, 4)$ ).
- סרטטו מערכת צירים מתאימה וסמנו בה את הנקודות המופיעות בטבלה.
- בחרו מבין הנקודות שסימנתם זוגות של נקודות, ששיעורי ה- $x$  שלהן הם מספרים נגדיים. האם הנקודות האלה סימטריות ביחס לציר  $y$ ?
- סרטטו דרך הנקודות שסימנתם גרף שלדעתכם יכול לייצג את הפונקציה  $h(x) = x^2$ .
- תארו את תכונותיו של גרף הפונקציה  $h(x) = x^2$ .

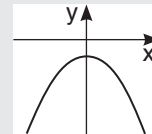
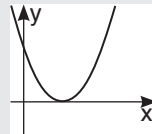
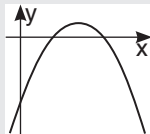
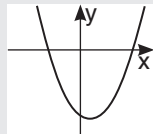


4 ציון

חזה זרקה כדור לקרקע.

- לאחר שפגע בקרקע, פגע הכדור בקיר. איזה מן הגרפים מתאר לדעתכם בדיוק רב יותר את המרחק של הכדור מן הקרקע כתלות בזמן?

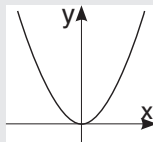
הגרף של כל פונקציה ריבועית הוא פרבולה.



צולאוא

כל פרבולה מורכבת משני קווים בסיסיים: קו יורד וקו עולה.

**תזכורת:** אם לצורה קיים קו, שכאשר מקפלים את הצורה לאורכו שני חלקי הצורה מתלכדים בדיוק, הקו הזה נקרא ציר סימטרייה של הצורה.



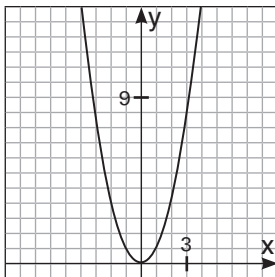
לכל פרבולה יש ציר סימטרייה.

למשל, בפרבולה  $h(x) = x^2$  ציר הסימטרייה הוא ציר  $y$ .

5

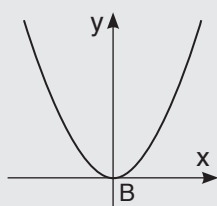
נתונים ייצוג גרפי (פרבולה) וייצוג אלגברי של פונקציה ריבועית:  $h(x) = x^2$

- האם לגרף יש נקודות משותפות עם ציר  $x$ ?
- אם כן - מהן? היעזרו בגרף ובביטוי והסבירו. הסתכלו בגרף ובביטוי. ענו והסבירו: עבור אילו ערכים של  $x$  ערכי  $h(x)$  חיוביים? שליליים? 0?
- עבור אילו ערכים של  $x$  הפונקציה  $h(x)$  יורדת? עולה? הסבירו.
- מצאו בגרף את הנקודה שבה ערך הפונקציה  $h(x)$  מינימלי. מהו הערך של  $x$  ומהו הערך של  $h(x)$  בנקודה שמצאתם?

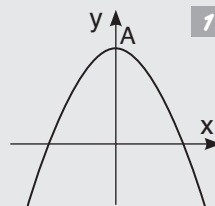


בקבוצת ערכים: מינימום (בלטינית minimum) הוא הערך הקטן ביותר. מקסימום (בלטינית maximum) הוא הערך הגדול ביותר.

הנקודה שבה אפיון הגרף משתנה **מיורד לעולה** היא נקודת המינימום של הפונקציה.  
הנקודה שבה אפיון הגרף משתנה **מעולה ליורד** היא נקודת המקסימום של הפונקציה.  
לכל פרבולה יש נקודת מקסימום או נקודת מינימום.



צילום 2



צילום 1

הנקודה A בדוגמה 1 היא נקודת המקסימום, מכיוון שבנקודה זו אפיון הגרף משתנה **מעולה ליורד**.  
הנקודה B בדוגמה 2 היא נקודת המינימום, מכיוון שבנקודה זו אפיון הגרף משתנה **מיורד לעולה**.  
נקודת המינימום או נקודת המקסימום של הפרבולה נקראת **קדקוד** הפרבולה.  
**ציר הסימטריה** של הפרבולה עובר דרך הקדקוד שלה.

6 סרטו סקיצה של גרף שיש לו נקודת מינימום ונקודת מקסימום. סמנו את הנקודות והסבירו.

7 מדוע לדעתכם נקראות נקודות המינימום והמקסימום בשמות אלה?

8 א. מהם שיעורי הקדקוד של הפרבולה  $h(x) = x^2$ ?

ב. מהו ציר הסימטריה של הפרבולה  $h(x) = x^2$ ?

ג. מצאו  $h(-\frac{1}{2}), h(\frac{1}{2}), h(-3), h(3), h(0)$ .

ד. מצאו ערכים של x שעבורם  $h(x) = 9$ .

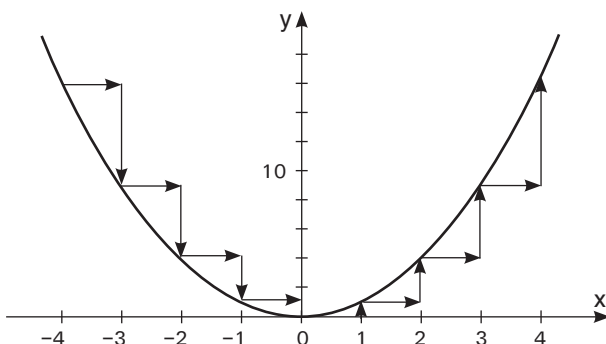
ה. פתרו את המשוואות: 1  $x^2 = -9$  2  $x^2 = 9$

ו. פתרו את האי-שוויון:  $x^2 < 9$  \*

9 לפניכם פרבולה עם מדרגות וטבלת ערכים של הפונקציה  $f(x) = x^2$ .

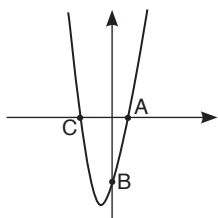
תארו את ההשתנות של הפונקציה.

x	f(x)
-4	16
-3	9
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16





## נקודות האפס של פונקציה ונקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים



10

לפניכם סרטוט של פרבולה שעליה מסומנות שלוש נקודות: A, B ו-C.

א. באילו משלוש הנקודות הפרבולה חותכת את ציר X?

ב. באילו משלוש הנקודות הפרבולה חותכת את ציר Y?

ג. התאימו את שיעורי הנקודות הנתונים לנקודות A, B ו-C:

$(2, 0)$     $(-8, 0)$     $(0, -16)$

ד. הסבירו איך קבעתם מהם השיעורים של כל נקודה.

11

א. האם הפונקציה  $f(x) = (x - 2)(x + 7)$  היא פונקציה ריבועית? הסבירו.

ב. פתרו את המשוואה  $(x - 2)(x + 7) = 0$ .

ג. כמה נקודות חיתוך יש לגרף של הפונקציה  $f(x)$  עם ציר X? כתבו את שיעורי הנקודות.

ד. כמה נקודות חיתוך יש לגרף של הפונקציה  $f(x)$  עם ציר Y? כתבו את שיעורי הנקודות.

בנקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר X שיעור ה-y שווה ל-0.

ערכי ה-x של הנקודות האלה הם הפתרון של המשוואה  $f(x) = 0$ .

בנקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר Y שיעור ה-x שווה ל-0.

ערך ה-y של הנקודה הוא  $f(0)$ .

צ'אמה

נמצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x) = (x - 2)(3x - 1)$  עם הצירים.

• כדי למצוא את נקודות החיתוך עם ציר X נפתור את המשוואה  $(x - 2)(3x - 1) = 0$ .

האגף השמאלי של המשוואה הזאת הוא מכפלה של שני גורמים:  $(x - 2)$  ו-  $(3x - 1)$

מכפלה שווה ל-0 אם ורק אם לפחות אחד מהגורמים שווה ל-0.

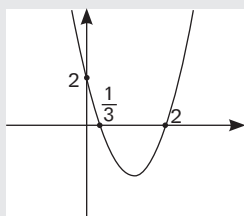
אפשר לפתור את המשוואה על ידי השוואה של כל גורם במכפלה ל-0.

הפתרונות של המשוואה הם המספרים שמאפסים את הגורמים השונים:

$x = 2$  מאפס את הגורם  $(x - 2)$ .    $x = \frac{1}{3}$  מאפס את הגורם  $(3x - 1)$ .

לכן הפתרונות של המשוואה הם 2 ו-  $\frac{1}{3}$ .

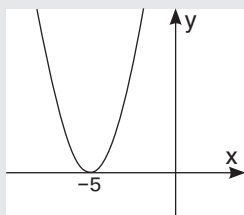
נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x) = (x - 2)(3x - 1)$  עם ציר X הן  $(2, 0)$  ו-  $(\frac{1}{3}, 0)$ .



• כדי למצוא את נקודות החיתוך עם ציר Y נציב בפונקציה  $x = 0$ :

$$f(0) = (0 - 2) \cdot (3 \cdot 0 - 1) = -2 \cdot (-1) = 2$$

נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר Y היא  $(0, 2)$ .



**שימו לב:** נקודות החיתוך של שני קווים הן הנקודות המשותפות

לשני הקווים האלה. גם נקודה שבה גרף הפונקציה נוגע באחד

הצירים נקראת **נקודת חיתוך עם הציר**.

בסרטוט שלפניכם נקודת החיתוך של גרף הפונקציה

צ'אמה

עם ציר X היא  $(-5, 0)$ .

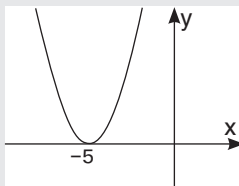
בכל סעיף:

- כתבו כמה נקודות חיתוך יש לגרף של הפונקציה  $f(x)$  עם ציר  $X$ . כתבו את שיעורי הנקודות.
- כתבו כמה נקודות חיתוך יש לגרף של הפונקציה  $f(x)$  עם ציר  $Y$ . כתבו את שיעורי הנקודות.

- א|  $f(x) = (x - 3)(x + 3)$       ג|  $f(x) = (x + 2)(x + 2)$   
 ב|  $f(x) = 3(x - 27)$       ד|  $f(x) = -(x - 4)(4 - x)$

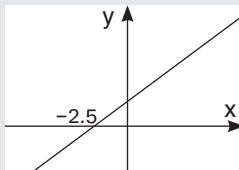
### נקודות האפס של פונקציה

שיעור ה־ $x$  של נקודת החיתוך של הגרף עם ציר  $X$  הוא פתרון של המשוואה  $f(x) = 0$ . נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר  $X$  נקראות גם **נקודות האפס** של הפונקציה.



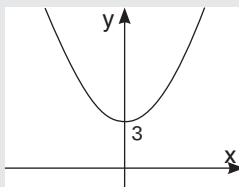
$$f(x) = (x + 5)^2 \quad \text{דוגמה 1}$$

- $-5$  הוא פתרון של המשוואה  $(x + 5)^2 = 0$ .
- הגרף חותך את ציר  $X$  בנקודה  $(-5, 0)$ .
- **נקודת האפס** של הפונקציה היא  $(-5, 0)$ .



$$g(x) = 2x + 5 \quad \text{דוגמה 2}$$

- $-2.5$  הוא פתרון של המשוואה  $2x + 5 = 0$ .
- הגרף חותך את ציר  $X$  בנקודה  $(-2.5, 0)$ .
- **נקודת האפס** של הפונקציה היא  $(-2.5, 0)$ .



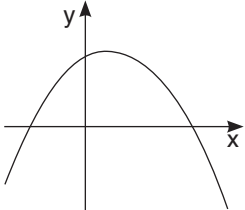
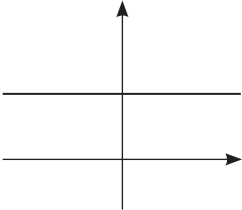
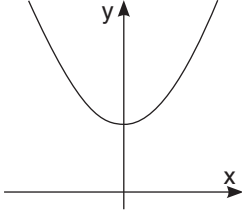
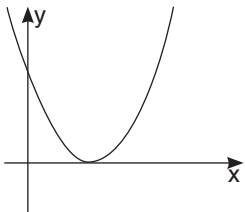
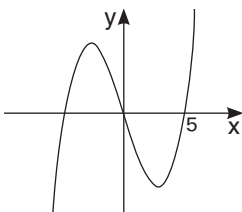
$$h(x) = x^2 + 3 \quad \text{דוגמה 3}$$


- למשוואה  $x^2 + 3 = 0$  אין פתרון.
- הגרף איננו חותך את ציר  $X$ .
- לפונקציה אין **נקודות אפס**.

13. אורך צלע אחת במלבן גדול פי 1.6 מאורך הצלע הסמוכה. שטח המלבן הוא 2560 סמ"ר. מהם אורכי הצלעות של המלבן?

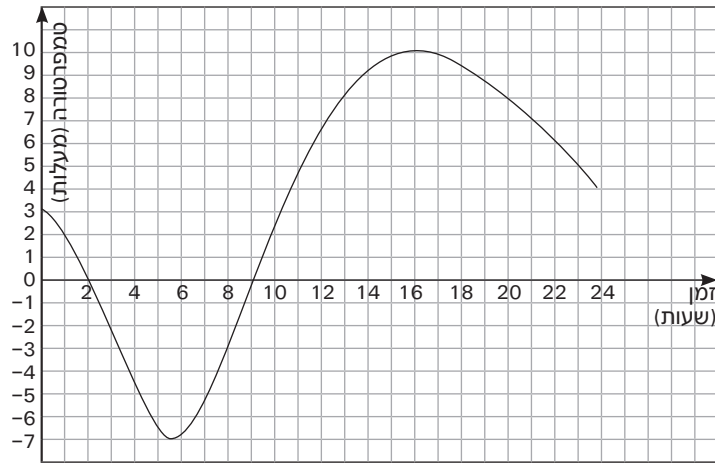
14. במשולש כלשהו זווית אחת גדולה פי 2 מזווית אחרת. המכפלה של הגדלים של שתי הזוויות היא 4050. מצאו את זוויות המשולש וציינו את סוג המשולש.

- בכל סעיף נתונה הפונקציה  $f(x)$  בשני ייצוגים. בכל סעיף:
- כתבו אם הפונקציה הנתונה היא פונקציה ריבועית או לא.
  - מצאו את הפתרונות של המשוואה  $f(x) = 0$ . בדקו את הפתרונות על ידי הצבה.
  - כתבו מהן נקודות האפס של הפונקציה.
  - כתבו מהן נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר  $Y$ .
  - לכל פונקציה ריבועית תארו את ציר הסימטרייה של הפרבולה ומצאו את הקדקוד שלה.

<p>א  <math>f(x) = -(x + 2)(x - 4)</math></p> 	<p>ג  <math>f(x) = 2.5</math></p> 	<p>ה  <math>f(x) = x^2 + 9</math></p> 																		
<p>ב  <math>f(x) = (3 - x)^2</math></p> 	<p>ד  <math>f(x) = (x - 5)(2 - x)</math></p> <table border="1" data-bbox="662 813 802 1091"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>-1</td><td>-18</td></tr> <tr><td>0</td><td>-10</td></tr> <tr><td>1</td><td>-4</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td></tr> <tr><td>4</td><td>2</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td></tr> <tr><td>6</td><td>-4</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	-1	-18	0	-10	1	-4	2	0	3	2	4	2	5	0	6	-4	<p>ו  <math>f(x) = x(x^2 - 25)</math></p> 
x	f(x)																			
-1	-18																			
0	-10																			
1	-4																			
2	0																			
3	2																			
4	2																			
5	0																			
6	-4																			

- 16  הרחבה
- א. האם ייתכן שלפונקציה כלשהי יש יותר מנקודת חיתוך אחת עם ציר  $X$ ?  
 אם כן - סרטטו דוגמאות של שתי פונקציות כאלה. אם לא - הסבירו מדוע.
- ב. האם ייתכן שלפונקציה כלשהי יש יותר מנקודת חיתוך אחת עם ציר  $Y$ ?  
 אם כן - סרטטו דוגמאות של שתי פונקציות כאלו. אם לא - הסבירו מדוע.
- ג. כמה נקודות חיתוך עם ציר  $X$  יכולות להיות לפונקציה ריבועית?  
 סרטטו סקיצה המדגימה כל אחת מהאפשרויות.

בסרטוט שלפניכם נתון גרף של טמפרטורה שנמדדה במשך יממה אחת בהלסינקי.



**הידעתם?**  
 הלסינקי היא בירת פינלנד.  
**למתעניינים:** חפשו באינטרנט ובמקורות אחרים:  
 • באיזו יבשת נמצאת הלסינקי?  
 • באילו חודשים של השנה הטמפרטורה בהלסינקי קרובה ל- $3^{\circ}\text{C}$ ?  
 • באיזה קו רוחב נמצאת הלסינקי?  
 • אילו ערים מפורסמות אחרות נמצאות בקו רוחב דומה?  
 • האם גם בערים הללו יש מזג אוויר דומה?

ענו לפי הגרף:

- א. מה הייתה הטמפרטורה של האוויר בשעה 03:00 ? 15:00 ? 22:00 ?
- ב. באילו שעות הייתה הטמפרטורה  $0^{\circ}\text{C}$  ?  $5^{\circ}\text{C}$  ?  $-3^{\circ}\text{C}$  ?
- ג. באילו פרקי זמן הייתה הטמפרטורה חיובית? באילו הייתה שלילית?
- ד. באילו פרקי זמן עלתה הטמפרטורה? באילו היא ירדה?
- ה. מה היה טווח הטמפרטורות בפרק הזמן שבין השעה 07:00 לשעה 12:00 ?
- ו. באיזה פרק זמן ירדה הטמפרטורה מ-  $3^{\circ}\text{C}$  ל-  $-5^{\circ}\text{C}$  ?
- ז. מה הייתה הטמפרטורה המקסימלית במשך היממה? מתי? כתבו את תשובתכם בעזרת שיעורי הנקודה.
- ח. מה הייתה הטמפרטורה המינימלית במשך היממה? מתי? כתבו את תשובתכם בעזרת שיעורי הנקודה.
- ט. סמנו נקודה המציינת טמפרטורה גבוהה מזו שבהלסינקי באותה שעה.
- י. סמנו נקודה המציינת טמפרטורה נמוכה מזו שבהלסינקי באותה שעה.

**משימה לסיכום**

- א. מהי פונקציה ריבועית? תנו שלוש דוגמאות שונות לפונקציות ריבועיות. במה הדוגמאות שונות זו מזו?
- ב. כתבו מאפיינים של פרבולה.
- ג. מהן נקודות האפס של פונקציה? תנו דוגמה.
- ד. כמה נקודות אפס יכולות להיות לפרבולה? תנו דוגמאות.

**משימות נוספות**

18. בכל סעיף נתונה פונקציה ריבועית. כתבו כל פונקציה בצורה  $ax^2 + bx + c$ . כתבו מהם  $a, b, c$ .
19. א |  $f(x) = x^2 + 5$       ב |  $f(x) = -2x^2$       ג |  $f(x) = 0.5x - x^2$       ד |  $f(x) = 10 + x + x^2$

20

בכל סעיף:

- כתבו כמה נקודות חיתוך יש לגרף של הפונקציה  $f(x)$  עם ציר  $x$ . כתבו את שיעורי הנקודות.
- כתבו כמה נקודות חיתוך יש לגרף של הפונקציה  $f(x)$  עם ציר  $y$ . כתבו את שיעורי הנקודות.

א |  $f(x) = (2x - 3)x$       ב |  $f(x) = (3 - x)(3 + x)$       ג |  $f(x) = (x - 1)^2$       ד |  $f(x) = -(x - 7)(7 - x)$

21

בכל סעיף:

- כתבו אם הפונקציה הנתונה היא פונקציה ריבועית או לא.
- מצאו את הפתרונות של המשוואה  $f(x) = 0$ . בדקו את הפתרונות על ידי הצבה.
- כתבו מהן נקודות האפס של הפונקציה.
- כתבו מהן נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר  $y$ .

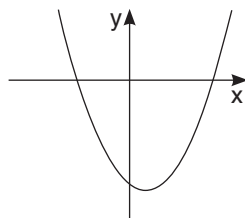
א |  $f(x) = 2(x - 3)$       ב |  $f(x) = (2 - x)(2 + x)$       ג |  $f(x) = 2x^2$       ד |  $f(x) = -(x - 4)x$

22

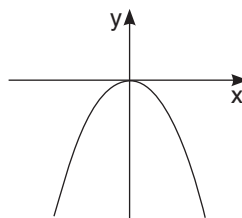
לפניכם שתי פונקציות. לכל פונקציה:

- מצאו את הפתרונות של המשוואה  $f(x) = 0$ . בדקו את הפתרונות על ידי הצבה.
- כתבו מהן נקודות האפס של הפונקציה.
- כתבו מהן נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר  $y$ .
- תארו את ציר הסימטרייה של הפרבולה ומצאו את הקדקוד שלה.

א |  $f(x) = (x + 3)(x - 5)$



ב |  $f(x) = -x^2$



23

בכל סעיף סרטטו סקיצה של גרף של פונקציה ריבועית המקיימת את התנאים המפורטים.

- א.  $(-2, 0)$  ו-  $(4, 0)$  הן נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר  $x$ .
- ב. פונקציה שעבורה הפתרונות של המשוואה  $f(x) = 0$  הם  $0$  ו-  $-1$ .
- ג. פונקציה שעבורה למשוואה  $f(x) = 0$  אין פתרון, ונקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר  $y$  היא  $(0, 3)$ .

24

בכל סעיף:

- כתבו אם הפונקציה הנתונה היא פונקציה ריבועית או לא.
- מצאו את הפתרונות של המשוואה  $f(x) = 0$ . בדקו את הפתרונות על ידי הצבה.
- כתבו מהן נקודות האפס של הפונקציה.
- כתבו מהן נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר  $y$ .

א |  $f(x) = 2(x - 3)^2(x + 3)$       ב |  $f(x) = -x(2 + x) - x$       ג |  $f(x) = 2x^2 - 2x$

## ב. הזזות של הפונקציה $f(x) = x^2$

### מה נלמד?

- צורת המכפלה של פונקציה ריבועית
- תכונות של הפונקציה  $f(x) = x^2 + c$
- תכונות של הפונקציה  $f(x) = (x - p)^2$
- תכונות של הפונקציה  $f(x) = (x - p)^2 + k$
- עלייה וירידה של פונקציה ריבועית
- חיוביות ושליליות של פונקציה ריבועית.

### צורת המכפלה של פונקציה ריבועית

x	f(x)	g(x)	h(x) = f(x) · g(x)
-3			
-2			
-1			
0			
1			
2			
3			

נתונות שתי פונקציות **קוויות**:  $f(x) = 3 - x$     $g(x) = x + 1$   
 $h(x)$  היא פונקציית המכפלה של שתי הפונקציות הקוויות:

$$h(x) = f(x) \cdot g(x) \quad \text{כלומר } h(x) = (3 - x)(x + 1)$$

א. הראו ש-  $h(x)$  היא פונקציה **ריבועית**.

ב. העתיקו את טבלת הערכים של שלוש הפונקציות ומלאו אותה.

ג. מצאו את נקודות האפס של כל אחת מהפונקציות:  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$ .

כיצד קשורות נקודות האפס של הפונקציה  $h(x)$

לנקודות האפס של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$ ?

ד. סרטטו במערכת צירים אחת את הגרפים של שתי הפונקציות **הקוויות**.

ה. היעזרו בטבלת הערכים וסרטטו באותה מערכת צירים סקיצה

של **הפרבולה** המתאימה לפונקציה ה**ריבועית**  $h(x)$ .

ו. באילו נקודות גרף הפונקציה  $h(x)$  חותך את ציר X?

ז. האם גרף הפונקציה חותך את ציר Y? אם כן – באילו נקודות? אם לא – הסבירו מדוע.

נתונות שלוש פונקציות:  $f(x) = x + 5$     $g(x) = x + 1$     $h(x) = (x + 1)(x + 5)$

א. האם הפונקציה  $h(x)$  היא פונקציה ריבועית? הסבירו.

ב. האם גרף הפונקציה  $h(x)$  חותך את ציר X? אם כן – מצאו את **נקודות האפס** של הפונקציה  $h(x)$ .

• סמנו את נקודות האפס של הפונקציות  $f(x)$ ,  $g(x)$  ו-  $h(x)$  במערכת צירים אחת.

כיצד נקודות האפס של הפונקציות  $f(x)$ ,  $g(x)$  ו-  $h(x)$  קשורות זו בזו?

ג. סמנו על ציר X נקודה שדרכה יעבור **ציר הסימטרייה** של גרף הפונקציה  $h(x) = (x + 1)(x + 5)$ .

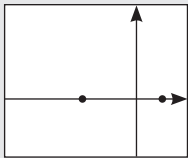
מהו שיעור ה-X של הנקודה הזאת? כיצד שיעור ה-X הזה קשור לנקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר X?

• סרטטו את ציר הסימטרייה של הפרבולה.

- ד. מהו שיעור ה־x של **קדקוד הפרבולה**? הציבו אותו בביטוי  $h(x) = (x + 1)(x + 5)$  ומצאו את הערך המתאים של הפונקציה  $h(x)$ .
- מהם שיעורי הקדקוד של הפרבולה? סמנו את נקודת הקדקוד במערכת הצירים.
- האם הקדקוד של הפרבולה הזאת הוא נקודת המינימום או נקודת המקסימום? הסבירו.
- תארו כיצד אפשר למצוא את השיעורים של קדקוד הפרבולה, אם יודעים מהן נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר x.
- ה. באיזו נקודה הגרף של הפונקציה  $h(x)$  **חותך את ציר y**? סמנו את הנקודה במערכת הצירים.
- סמנו גם את הנקודה הסימטרית לה, בצד השני של ציר הסימטריה.
- ו. לפי הנקודות שכבר סימנתם סרטטו סקיצה של הגרף של הפונקציה  $h(x)$ .

**בניית סקיצה של גרף הפונקציה הריבועית  $f(x)$  הנתונה בצורת מכפלה של שתי פונקציות קוויות**

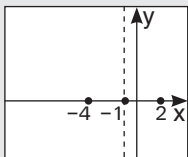
$f(x) = (2 - x)(x + 4)$  **מציאה**



פותרים את המשוואה  $(2 - x)(x + 4) = 0$  ומקבלים את נקודות האפס של הפונקציה:  $(-4, 0)$   $(2, 0)$

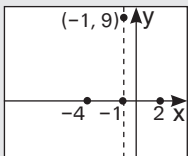
א. מוצאים את **נקודות האפס** של הפונקציה:

כדי למצוא אותן פותרים את המשוואה  $f(x) = 0$



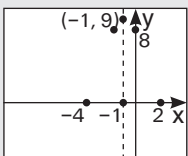
נקודת האמצע בין  $x = -4$  לבין  $x = 2$  היא הנקודה  $x = -1$ . מעבירים דרכה ישר מקביל לציר y.

ב. בונים את **ציר הסימטריה** של הפרבולה: מסמנים את נקודת האמצע של הקטע המחבר בין נקודות האפס של הפונקציה, ומעבירים דרכה את הישר המקביל לציר y.



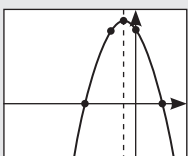
שיעור ה־x של הקדקוד הוא  $x = -1$ . מוצאים את שיעור ה־y של הקדקוד:  $f(-1) = (2 - (-1))(-1 + 4) = 9$  שיעורי הקדקוד הם:  $(-1, 9)$

ג. מסמנים את **קדקוד הפרבולה**: הקדקוד נמצא על ציר הסימטריה, ולכן **שיעור ה־x** של הקדקוד הוא שיעור ה־x של כל הנקודות שעל ציר הסימטריה. כדי למצוא את **שיעור ה־y** של הקדקוד מציבים את שיעור ה־x שלו בביטוי הפונקציה ומוצאים את ערך הביטוי.



ד. מוצאים את **נקודת החיתוך** של הפרבולה עם **ציר y**:  $f(0) = (2 - 0)(0 + 4) = 8$

כדי למצוא אותה מציבים  $x = 0$  בביטוי הפונקציה. מסמנים גם את הנקודה הסימטרית לה, בצד השני של ציר הסימטריה.



ה. מסרטטים סקיצה של הפרבולה.

3

בכל סעיף:

- בנו סקיצה של גרף הפונקציה (היעזרו בהנחיה שבמוד הקודם).
- כתבו אם הקדקוד הוא נקודת המקסימום או נקודת המינימום של הפרבולה.

א |  $f(x) = (3 - x)(x + 5)$

ג |  $f(x) = x(x + 5)$

ה |  $f(x) = (7x - 21)(x - 1)$

ב |  $f(x) = (x - 1)(x + 1)$

ד |  $f(x) = 2(x - 3)(x + 5)$

ו |  $f(x) = -3x(8 - x)$

העתיקו את הטבלה ומלאו אותה בהתאם לפונקציות הנתונות:

4

חשוב

סקיצה של הפרבולה	נקודת החיתוך עם ציר Y	שיעורי הקדקוד	ערך ה־x של ציר הסימטריה	נקודות החיתוך עם ציר X	ביטוי	
					$f(x) = (x - 3)(x + 5)$	א
					$f(x) = (x + 1)(4 + x)$	ב
					$f(x) = x(x - 2)$	ג
					$f(x) = 3(2 - x)(x + 4)$	ד
					$f(x) = (3x - 12)(1 - x)$	ה
					$f(x) = (3 - 2x)(3 + 2x)$	ו

5

הרחבה

בכל סעיף נתונות נקודות החיתוך של פרבולה עם ציר X.

- כתבו דוגמה לפונקציה ריבועית, שנקודות החיתוך של הגרף שלה עם ציר X הן הנקודות הנתונות.
- מצאו את שיעורי הקדקוד של הפונקציה שכתבתם.
- ציינו אם הקדקוד הוא נקודת המינימום או נקודת המקסימום.
- בנו סקיצה של גרף הפונקציה.

א |  $(-1, 0)$   $(7, 0)$     ב |  $(-4, 0)$   $(-5, 0)$     ג |  $(0, 0)$   $(6, 0)$     ד |  $(-0.5, 0)$   $(3.5, 0)$     ה |  $(2, 0)$   $(7, 0)$

6

הרחבה

בכל סעיף נתונים שיעורי נקודה שדרכה עובר ציר הסימטריה של פרבולה (במקביל לציר Y).

- כתבו שתי דוגמאות לפונקציות ריבועיות, שציר הסימטריה של הגרף שלהן עובר דרך הנקודה הנתונה.
- לכל פונקציה שכתבתם מצאו את שיעורי הקדקוד של הפרבולה,
- וציינו אם הקדקוד הוא נקודת המינימום או נקודת המקסימום.
- לכל פונקציה בנו סקיצה של הגרף שלה.

א |  $(3, 0)$

ב |  $(-6, 0)$

ג |  $(0, 0)$

ד |  $(\frac{1}{2}, 0)$

בכל סעיף נתונים שיעורים של אחת מנקודות החיתוך עם ציר X וערך ה־x של ציר הסימטריה.

- סרטטו גרף של פרבולה המתאימה לנתונים וכתבו ביטוי מתאים.
- סרטטו גרף נוסף של פרבולה מתאימה וכתבו את הביטוי שלה.

א |  $(2, 0)$   $x = 5$

ב |  $(0, 0)$   $x = -3$

ג |  $(-4, 0)$   $x = 0$

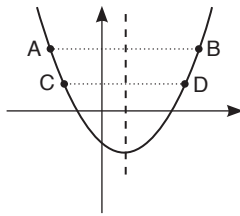
ד |  $(0, 0)$   $x = 0$

ה |  $(-2, 0)$   $x = -2$

7

הרחבה





8  
הרחבה

- ציר הסימטרייה של הפרבולה עובר דרך הנקודה  $(1, 0)$  על ציר X.  
 בסרטוט מופיעים זוגות של נקודות סימטריות:  
 הנקודה A והנקודה B; הנקודה C והנקודה D.  
 א. השיעורים של הנקודה B הם  $(5, 12)$ .  
 מהם השיעורים של הנקודה A הסימטרית לנקודה B? הסבירו.  
 ב. הנקודה B נמצאת מצד ימין של ציר הסימטרייה ובמרחק 4 יחידות ממנו, כלומר שיעור ה־x של הנקודה הוא:  $1 + 4 = 5$   
 באיזה מרחק מציר הסימטרייה נמצאת הנקודה A, ובאיזה צד שלו? כתבו כיצד אפשר לחשב את שיעור ה־x של הנקודה A.  
 ג. השיעורים של הנקודה C הם  $(-2, 5)$ .  
 מהם השיעורים של הנקודה D הסימטרית לנקודה C? הסבירו.  
 ד. הנקודה C נמצאת מצד שמאל של ציר הסימטרייה ובמרחק 3 יחידות ממנו. באיזה מרחק מציר הסימטרייה נמצאת הנקודה D ובאיזה צד שלו? כתבו כיצד אפשר לחשב את שיעור ה־x של הנקודה D.

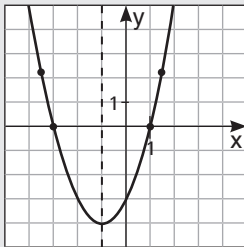
- ציר הסימטרייה של פרבולה עובר דרך הנקודה  $(3, 0)$  הנמצאת על ציר X.  
 בכל סעיף נתונים שיעורי נקודה השייכת לפרבולה.  
 מצאו נקודה נוספת השייכת לפרבולה וסימטרית לנקודה הנתונה.  
 הסבירו כיצד מצאתם.

9  
הרחבה

- א |  $(2, 21)$       ב |  $(5, 60)$       ג |  $(3, 32)$       ד |  $(-1, 0)$

**ציר הסימטרייה של הפרבולה של  $f(x)$  עובר דרך הנקודה  $(a, 0)$  הנמצאת על ציר X.**  
 עבור מספר כלשהו  $m$  מתקיים  $f(a - m) = f(a + m)$ .

דוגמה



- בגרף מסומן ציר הסימטרייה העובר דרך הנקודה  $(-1, 0)$  הנמצאת על ציר X.  
 כמו כן מסומנות נקודות סימטריות שעוברן  $f(-1 + m) = f(-1 - m)$ .  
 $m = 2$  :  $f(-1 + 2) = f(-1 - 2) = 0$   
 $m = 2.5$  :  $f(-1 + 2.5) = f(-1 - 2.5) = 2.25$   
 $m = 0$  :  $f(-1 + 0) = f(-1 - 0) = -4$  (הקדקוד נמצא על ציר הסימטרייה)

הסבירו מדוע הטענה הרשומה במסגרת נכונה.

10  
אתגר

- באוסף מלבנים ההיקף של כל אחד מהמלבנים הוא 10 ס"מ.  
 א. סמנו ב־x אורך של צלע אחת במלבן. כתבו ביטוי של פונקציה המתארת את שטח המלבן.  
 ב. בנו גרף של הפונקציה.  
 ג. האם לפונקציה יש נקודת מינימום או נקודת מקסימום?  
 אם כן - מהי הנקודה ומהי משמעותה באוסף המלבנים?  
 ד. האם לפונקציה יש ציר סימטרייה? אם כן - מהי המשמעות של הנקודות הסימטריות באוסף המלבנים?  
 ה. כיצד ישנתנו הפונקציה והגרף שלה, אם נניח שהיקפו של כל אחד מהמלבנים הנתונים שווה ל־20 ס"מ?

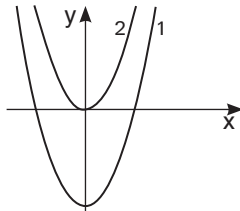
11  
הרחבה

12 א. תארו מספר רב ככל האפשר של תכונות הפונקציה  $h(x) = (x + 7)(x - 2)$ .  
 ב. בנו סקיצה של גרף הפונקציה  $h(x)$ .

13 א. תארו מספר רב ככל האפשר של תכונות הפונקציה  $g(x) = x(2 - x)$ .  
 ב. בנו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

14 כתבו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה  $f(x) = (x - m)(x - n)$ .  
 ( $m, n$  הם מספרים כלשהם).

### הפונקציה $f(x) = x^2 + c$



15 א. לפניכם גרפים של הפונקציות  $f(x) = x^2$  ו-  $g(x) = (x + 3)(x - 3)$ .  
 התאימו גרף לכל ביטוי.  
 ב. לכל פרבולה כתבו מהו ציר הסימטריה שלה ומהם שיעורי הקדקוד שלה.  
 ג. שערו כיצד אפשר לקבל פרבולה אחת על ידי הזזה של פרבולה אחרת.

16 א. העתיקו את הטבלה והשלימו את הערכים החסרים.  
 ב. מהו הקשר בין הערכים של הפונקציות בכל שורה? כיצד הקשר מסביר את ההזזה של הגרפים?  
 ג. כתבו לפונקציה  $g(x) = (x + 3)(x - 3)$  ביטוי שווה-ערך (שקול) בלי סוגריים ופשטו אותו.  
 כיצד הביטוי מסביר את ההזזה של הגרפים?  
 ד. מהו הביטוי של הפונקציה  $g(x)$  שמסביר את ההזזה? באיזה כיוון ההזזה? בכמה יחידות?

x	$f(x) = x^2$	$g(x) = (x + 3)(x - 3)$
-3		
-2		
-1		
0		
1		
2		
3		

17 בכל סעיף מופיעה פונקציה שהגרף שלה מתקבל על ידי הזזה של גרף הפונקציה  $f(x) = x^2$ .  
 לכל פונקציה נתונה:

- הסבירו בכמה יחידות ובאיזה כיוון (למעלה או למטה) יש להזיז את גרף הפונקציה  $f(x)$  כדי לקבל את גרף הפונקציה הנתונה.
- כתבו ביטוי של הפונקציה בצורה המתארת את הזזת הגרף.
- רשמו מהם שיעורי הקדקוד של הפונקציה.
- בנו סקיצה של גרף הפונקציה.

א|  $g(x) = (x + 2)(x - 2)$

ב|  $h(x) = (x - 6)(6 + x)$

ג|  $m(x) = (x - 30)(x + 30)$

בכל סעיף:

- שערן מהן נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר X.
- נסו להציג את הפונקציה בצורת מכפלה של שתי פונקציות קוויות.
- אם לדעתכם אי אפשר להציג את הפונקציה בצורת מכפלה של שתי פונקציות קוויות, הסבירו מדוע.
- סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

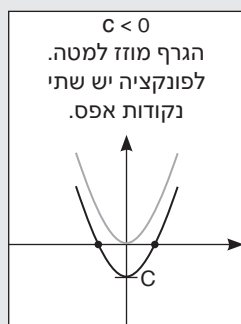
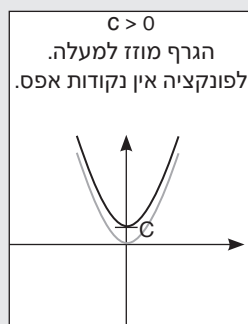
א |  $g(x) = x^2 - 4$

ב |  $g(x) = x^2 - 25$

ג |  $g(x) = x^2 + 4$

### בניית סקיצה של גרף של פונקציה ריבועית הנתונה בצורה $h(x) = x^2 + c$

הגרף של הפונקציה  $h(x) = x^2 + c$  מתקבל על ידי הזזה אנכית ב־c יחידות של גרף הפונקציה  $f(x) = x^2$ . המספר c יכול להיות חיובי או שלילי.



ציר הסימטרייה של גרף הפונקציה  $h(x) = x^2 + c$  הוא ציר Y.

**קדקוד** הפרבולה נמצא על ציר Y.  
שיעורי הקדקוד:  $(0, c)$

- א. סרטטו במערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x) = x^2$ .  
 סרטטו באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה  $k(x) = x^2 + 9$ .  
 ב. תארו את ההזזה שאפשר לבצע על גרף הפונקציה  $f(x)$  כך שיתקבל גרף הפונקציה  $k(x)$ .  
 באיזה כיוון ההזזה? בכמה יחידות?  
 ג. מהי נקודת הקדקוד של הפרבולה  $k(x) = x^2 + 9$ ?  
 האם קדקוד הפרבולה הוא נקודת המינימום או המקסימום של הפונקציה  $k(x)$ ?  
 ד. האם גרף הפונקציה  $k(x) = x^2 + 9$  חותך את ציר X?  
 אם כן – באילו נקודות? אם לא – הסבירו מדוע.  
 ה. האם גרף הפונקציה  $k(x) = x^2 + 9$  חותך את ציר Y?  
 אם כן – באילו נקודות? אם לא – הסבירו מדוע.  
 ו. מהו ציר הסימטרייה של גרף הפונקציה  $k(x) = x^2 + 9$ ?  
 ז. התבוננו בגרף וענו: עבור אילו ערכים של x ערכי הפונקציה חיוביים? שליליים? 0?  
 ח. היעזרו בגרף ופתרו את המשוואות ואת האי־שוויונות:

1  $x^2 + 9 = 0$

3  $x^2 + 9 > 0$

5  $x^2 + 9 = 45$

2  $x^2 + 9 = 9$

4  $x^2 + 9 < 0$

6  $x^2 + 9 = 2$

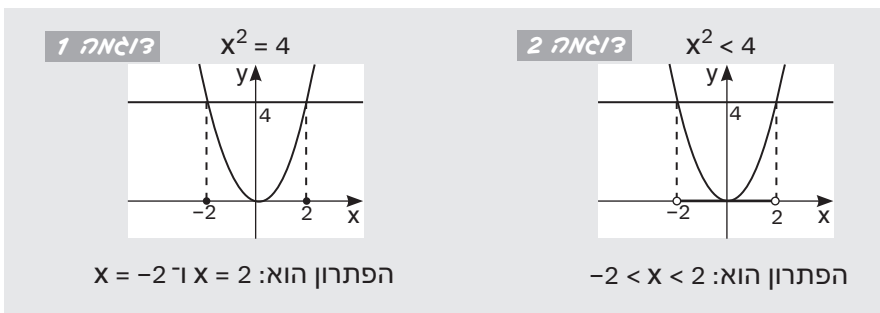
- א. סרטטו במערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x) = x^2$ .  
 סרטטו באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה  $k(x) = x^2 - 4$ .  
 ב. תארו את ההזזה שאפשר לבצע על גרף הפונקציה  $f(x)$  כך שיתקבל גרף הפונקציה  $k(x)$ .  
 ג. מהי נקודת הקדקוד של הפרבולה  $k(x) = x^2 - 4$ ?  
 האם קדקוד הפרבולה הוא נקודת המינימום או נקודת המקסימום של הפונקציה  $k(x)$ ?  
 ד. האם גרף הפונקציה  $k(x) = x^2 - 4$  חותך את ציר X?  
 אם כן - באילו נקודות? אם לא - הסבירו מדוע.  
 ה. האם גרף הפונקציה  $k(x) = x^2 - 4$  חותך את ציר Y?  
 אם כן - באילו נקודות? אם לא - הסבירו מדוע.  
 ו. מהו ציר הסימטרייה של גרף הפונקציה  $k(x) = x^2 - 4$ ?  
 ז. התבוננו בגרף וענו: עבור אילו ערכים של x ערכי הפונקציה חיוביים? שליליים? 0?  
 ח. היעזרו בגרף ופתרו את המשוואות:

1  $x^2 - 4 = 0$     2  $x^2 - 4 = -4$     3  $x^2 - 4 = -10$     4  $x^2 - 4 = 12$     5  $x^2 - 4 = x^2$

- א. האם לדעתכם אפשר להציג את הפונקציה  $k(x) = x^2 + 9$  כמכפלה של שתי פונקציות קוויות?  
 אם כן - אילו? אם לא - מדוע?  
 ב. האם לדעתכם אפשר להציג את הפונקציה  $k(x) = x^2 - 9$  כמכפלה של שתי פונקציות קוויות?  
 אם כן - אילו? אם לא - מדוע?  
 ג. עבור אילו ערכים של c אפשר להציג את הפונקציה  $k(x) = x^2 + c$  כמכפלה של שתי פונקציות קוויות?  
 הסבירו את תשובתכם.

- א. האם אפשר להציג את הביטוי של הפונקציה  $y(x) = x^2 + a^2$  כמכפלה של שתי פונקציות קוויות?  
 אם כן - הציגו. אם לא - הסבירו מדוע.  
 ב. האם אפשר להציג את הביטוי של הפונקציה  $y(x) = x^2 - a^2$  כמכפלה של שתי פונקציות קוויות?  
 אם כן - הציגו. אם לא - הסבירו מדוע.

בכל סעיף סרטטו סקיצה של גרף המשוואה או של האי-שוויון ופתרו. הסבירו כיצד פתרתם.



- א|  $x^2 = 9$     ג|  $x^2 = -4$     ה|  $x^2 + 6 = 6$     ז|  $x^2 + 25 > 0$   
 ב|  $x^2 = \frac{4}{9}$     ד|  $x^2 + 17 = 0$     ו|  $x^2 + 6 = -10$     ח|  $x^2 - 49 < x^2$

שערו כיצד אפשר לקבל את גרף הפונקציה  $h(x) = x^2 + 10$  על ידי הזזה של גרף הפונקציה  $g(x) = x^2 + 4$ .  
 הסבירו.

x	g(x)	p(x)
-3	14	
-2	9	
-1	6	
0	5	
1	6	
2	9	
3	14	
4	21	
5	30	

בטבלה שלפניכם מופיעות שתי פונקציות.  
 את גרף הפונקציה  $g(x)$  אפשר לקבל על ידי הזזה של גרף הפונקציה  $f(x)$  ב-3 יחידות למטה.  
 א. העתיקו את הטבלה והשלימו את הערכים החסרים.  
 ב. ידוע ש- $g(x) = x^2 + 5$ .  
 כתבו את הביטוי של הפונקציה  $p(x)$ .



בכל סעיף נתונה פונקציה.

כתבו אם אפשר לקבל את גרף הפונקציה הנתונה על ידי הזזה של גרף הפונקציה  $f(x) = x^2 + 2$ .  
 אם כן - כתבו בכמה יחידות יש להזיז ולאיזה כיוון.



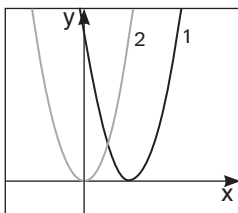
- א)  $g(x) = x^2$       ב)  $y(x) = 4 + x^2$       ג)  $p(x) = x^2 - 2$       ד)  $m(x) = 2 + x^3$

### משימה לסיכום

- א. מהו ציר הסימטרייה של הפונקציה  $f(x) = x^2 + c$  (c מספר כלשהו)?  
 ב. תארו מספר רב ככל האפשר של תכונות הפונקציה  $h(x) = x^2 + 7$ .  
 ג. תארו מספר רב ככל האפשר של תכונות הפונקציה  $h(x) = x^2 - 4.5$ .  
 ד. קדקוד הפונקציה  $f(x) = x^2 + c$  נמצא בנקודה  $(0, 3)$ . מהו הערך של c?  
 ה. באיזו נקודה נמצא קדקוד הפונקציה  $f(x) = x^2 - 234$ ?  
 ו. עבור כל הערכים של x ערכי הפונקציה  $f(x) = x^2 + c$  גדולים מ-8.  
 כתבו שלוש דוגמאות של פונקציות מתאימות.



### הפונקציה $f(x) = (x - p)^2$



- א. לפניכם גרפים של הפונקציות  $f(x) = x^2$  ו- $g(x) = (x - 3)(x - 3)$ .  
 התאימו גרף לכל ביטוי.  
 ב. איזו הזזה צריך לבצע על אחת משתי הפרבולות כדי לקבל את הפרבולה האחרת? לאיזה כיוון? בכמה יחידות?  
 ג. לכל פרבולה כתבו מהו ציר הסימטרייה שלה ומהם שיעורי הקדקוד שלה.



x	$f(x) = x^2$	x	$g(x) = (x - 3)(x - 3)$
-3		0	
-2		1	
-1		2	
0		3	
1		4	
2		5	

- א. כתבו את הערכים של הפונקציות בשתי טבלות ערכים כאלה:  
 ב. מהו הקשר בין הערכים של הפונקציות בכל שורה בשתי הטבלאות?  
 ג. כיצד הקשר הזה מסביר את ההזזה ימינה בגרפים?  
 ד. הביטוי  $(x - 3)(x - 3)$  שווה-ערך (שקול) לביטוי  $(x - 3)^2$ .  
 כיצד רואים בביטוי הפונקציה  $g(x) = (x - 3)^2$  הזזה אופקית של הפונקציה  $f(x) = x^2$  בכמה יחידות ההזזה?



x	f(x) = x <sup>2</sup>	x	g(x) = (x + 3) <sup>2</sup>
-7		-10	
-4		-7	
-1		-4	
0		-3	
1		-2	
5		2	

- א. כתבו את הערכים של הפונקציות בשתי טבלות ערכים כאלה:  
 ב. מהו הקשר בין הערכים של הפונקציות בכל שורה בשתי הטבלאות?  
 ג. כיצד הקשר הזה מסביר את ההזזה שמאלה בגרפים?  
 ד. כיצד רואים בביטוי הפונקציה  $g(x) = (x + 3)^2$  את ההזזה האופקית של הפונקציה  $f(x) = x^2$ ?

**בניית סקיצה של גרף של פונקציה ריבועית הנתונה בצורה  $h(x) = (x - p)^2$**

הגרף של הפונקציה  $h(x) = (x - p)^2$  מתקבל על ידי הזזה אופקית של גרף הפונקציה  $f(x) = x^2$ . המספר p יכול להיות חיובי או שלילי.



**צוואה**  
 $g(x) = (x - (-3))^2$   
 $= (x + 3)^2$



**צוואה**  
 $f(x) = (x - (+3))^2$   
 $= (x - 3)^2$

**ציר הסימטרייה** של גרף הפונקציה  $h(x) = (x - p)^2$  עובר דרך הנקודה (p, 0) על ציר x.

**קדקוד** הפרבולה נמצא על ציר x. שיעורי הקדקוד הם (p, 0). הקדקוד הוא גם **נקודת האפס** של הפונקציה. נקודת החיתוך עם ציר y היא (0, p<sup>2</sup>) כי  $h(0) = (0 - p)^2$ .

- א. סרטטו במערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x) = x^2$  ושל גרף הפונקציה  $k(x) = (x + 9)^2$ .  
 ב. איזו הזזה אפשר לבצע על גרף הפונקציה  $f(x)$  כך שיתקבל גרף הפונקציה  $k(x)$ ?  
 ג. מהו הקדקוד של הפרבולה  $k(x) = (x + 9)^2$ ?  
 האם קדקוד הפרבולה הוא נקודת המינימום או נקודת המקסימום של הפונקציה?  
 ד. האם גרף הפונקציה  $k(x) = (x + 9)^2$  חותך את ציר x? אם כן - באילו נקודות? אם לא - הסבירו מדוע.  
 ה. האם גרף הפונקציה  $k(x) = (x + 9)^2$  חותך את ציר y? אם כן - באילו נקודות? אם לא - הסבירו מדוע.  
 ו. מהו ציר הסימטרייה של גרף הפונקציה  $k(x) = (x + 9)^2$ ?  
 ז. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $k(x)$ .  
 ח. התבוננו בגרף וענו: עבור אילו ערכים של x ערכי הפונקציה חיוביים? שליליים? 0?  
 ט. פתרו (נסו להיעזר בסקיצות):

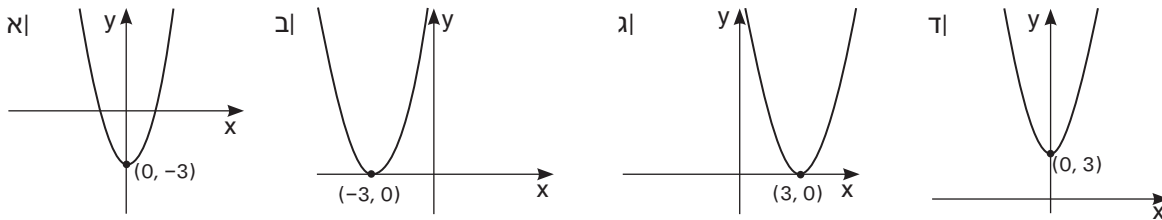
- |                   |                      |                       |
|-------------------|----------------------|-----------------------|
| 1 $(x + 9)^2 = 0$ | 3 $(x + 9)^2 \leq 0$ | 5 $(x + 9)^2 = -100$  |
| 2 $(x + 9)^2 > 0$ | 4 $(x + 9)^2 = 81$   | * 6 $(x + 9)^2 = 18x$ |

32 בכל סעיף מופיעה פונקציה שאת הגרף שלה אפשר לקבל על ידי הזזה של גרף הפונקציה  $f(x) = x^2$ .  
בכל סעיף:

- כתבו בכמה יחידות ובאיזה כיוון יש להזיז את גרף הפונקציה  $f(x)$  כך שיתקבל גרף הפונקציה הנתונה. הסבירו.
- כתבו מהם שיעורי הקדקוד של הפרבולה.
- בנו סקיצה של גרף הפונקציה.

א|  $g(x) = (x - 3)^2$     ג|  $n(x) = (x + 5)^2$     ה|  $p(x) = (x - 2)(x - 2)$     ז|  $k(x) = (x + 0.5)(x + 0.5)$   
 ב|  $m(x) = x^2 - 9$     ד|  $h(x) = x^2 + 25$     ו|  $t(x) = x^2 - 4$     ח|  $l(x) = x^2 + 0.25$

33 בכל סעיף נתונה פרבולה שהתקבלה אחרי הזזה של הפרבולה  $f(x) = x^2$ .  
כתבו את הביטוי של הפרבולה.



34 העתיקו את הטבלה. בכל משבצת כתבו ביטוי של פונקציית המכפלה  $f(x) \cdot g(x)$ .  
סרטטו סקיצה של גרף המכפלה וכתבו מספר אפיונים גדול ככל האפשר.

	$f(x)$	$x + 4$	$x - 4$
$g(x)$			
	$x + 4$		
	$x - 4$		

35 העתיקו את הטבלה. בכל משבצת כתבו ביטוי של פונקציית המכפלה  $f(x) \cdot g(x)$ .  
סרטטו סקיצה של גרף המכפלה וכתבו מספר אפיונים גדול ככל האפשר.

	$f(x)$	$x$	$x - 1$
$g(x)$			
	$x + 4$		
	$x - 4$		

36 בכל סעיף סרטטו סקיצה של המשוואה וכתבו כמה פתרונות יש למשוואה.  
פתרו את המשוואה.

א|  $(x - 5)^2 = 16$     ב|  $x^2 + 9 = 0$     ג|  $-2 = (x + 3)^2$     ד|  $x^2 - 16 = 0$     ה|  $(x - 2)(4 + x) = 0$

בכל סעיף סרטטו סקיצה של האי-שוויון ופתרו.

א|  $x^2 - 9 > -10$     ב|  $0 \leq (x - 7)^2$     ג|  $(x + 1)^2 > 0$     ד|  $(x - 16)^2 < -16$     ה|  $(x + 1)(3 + x) < 0$

## הפונקציה $f(x) = (x - p)^2 + k$

38

א. בסרטוט 1 מופיעות שתי פרבולות.

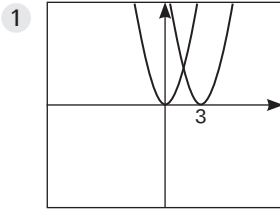
אחת הפרבולות היא  $f(x) = x^2$ .

הפרבולה האחרת  $g(x)$  התקבלה על ידי הזזה אופקית של הפרבולה  $f(x) = x^2$ .

• כתבו את הביטוי של הפונקציה  $g(x)$  המתארת את הפרבולה האחרת

בצורה  $g(x) = (x - p)^2$ . מהו המספר שמופיע במקום  $p$ ?

• כתבו את שיעורי הקדקוד של הפרבולה  $g(x)$ .



ב. בסרטוט 2 מופיעות שתי פרבולות.

אחת הפרבולות היא  $g(x)$  שהתקבלה בסעיף הקודם.

הפרבולה האחרת  $h(x)$  התקבלה על ידי הזזה אנכית של  $g(x)$ .

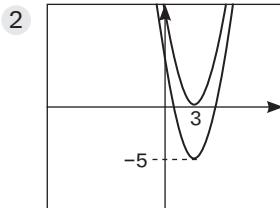
• בסעיף הקודם כתבתם את הפרבולה  $g(x)$  בצורה  $g(x) = (x - p)^2$ .

• כיצד אפשר לקבל את הפרבולה  $h(x)$  על ידי הזזת הפרבולה  $g(x)$ ?

• אפשר לכתוב את הביטוי של הפונקציה  $h(x)$  בצורה  $h(x) = (x - p)^2 + k$ .

• כתבו מספרים מתאימים במקום האותיות  $k$  ו- $p$ .

• כיצד שיעורי הקדקוד של הפונקציה  $h(x)$  קשורים לשתי ההזזות של הפרבולה  $f(x) = x^2$ ?



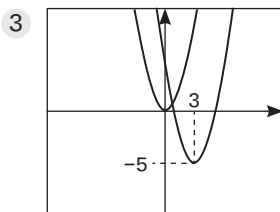
ג. בסרטוט 3 מופיעות שתי פרבולות.

אחת הפרבולות היא  $f(x) = x^2$ . הפרבולה האחרת  $h(x)$  התקבלה

על ידי שתי הזזות של  $f(x)$ .

• כתבו מהן ההזזות.

• כתבו את שיעורי הקדקוד של הפרבולה  $h(x)$ .



הפרבולה של הפונקציה מהצורה  $h(x) = (x - p)^2 + k$  מתקבלת על ידי שתי הזזות

של הפונקציה  $f(x) = x^2$ : הזזה אופקית ב- $p$  יחידות, והזזה אנכית ב- $k$  יחידות.

**קדקוד הפרבולה של הפונקציה  $h(x) = (x - p)^2 + k$  נמצא בנקודה ששיעוריה  $(p, k)$ .**

לצורת הביטוי  $h(x) = (x - p)^2 + k$  קוראים לעתים **צורה קדקודית**.

מכיוון שהזזות יכולות להיות ימינה ושמאלה וכן למטה ולמעלה, במקום האותיות  $p$  ו- $k$

יכולים להופיע מספרים כלשהם - חיוביים ושילילים, שלמים ושבריים.

הפרבולה  $k(x) = (x + 2)^2 - 8$  מתקבלת על ידי שתי הזזות של הפרבולה  $f(x) = x^2$ :

הזזה שמאלה ב-2 יחידות, והזזה למטה ב-8 יחידות.

לכן קדקוד הפרבולה  $k(x)$  נמצא בנקודה ששיעוריה  $(-2, -8)$ .

דוגמה 1

הפרבולה  $g(x) = (x - 0.5)^2 + 0.1$  מתקבלת על ידי שתי הזזות של הפרבולה  $f(x) = x^2$ :

הזזה ימינה ב-0.5 יחידות, והזזה למעלה ב-0.1 יחידות.

לכן קדקוד הפרבולה  $g(x)$  נמצא בנקודה ששיעוריה  $(0.5, 0.1)$ .

דוגמה 2



39

נתונות פונקציות ריבועיות.

א|  $g(x) = (x - 1)^2 - 4$

ג|  $g(x) = (x + 1)^2 - 16$

ה|  $g(x) = 25 + (x + 3)^2$

ב|  $g(x) = (x + 1)^2 + 4$

ד|  $g(x) = (x + 0.5)^2 + 16$

ו|  $g(x) = -4 + (x - 1)^2$

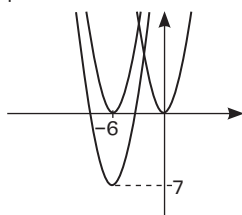
לכל פונקציה ענו על השאלות:

- 1 אילו הזזות של הפרבולה  $f(x) = x^2$  יש לבצע כדי לקבל את הפרבולה של הפונקציה הנתונה?
- 2 מהו קדקוד הפרבולה?
- 3 מהו ציר הסימטרייה של הפרבולה?
- 4 מהי נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר  $Y$ ?
- 5 מהן נקודות האפס של הפונקציה?

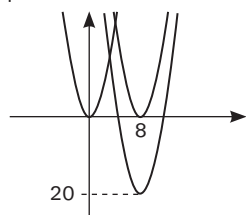
40

בכל סעיף נתונה הפרבולה  $f(x) = x^2$  ושתי פרבולות נוספות שהתקבלו על ידי הזזה של הפרבולה  $f(x) = x^2$ . כתבו ביטוי מתאים לכל אחת מהפרבולות.

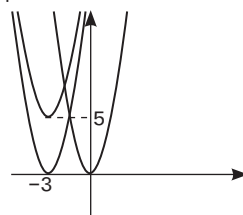
א|



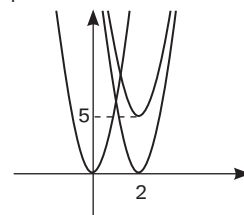
ב|



ג|



ד|



41

בכל סעיף א - ד מתוארות הזזות של הפונקציה  $f(x) = x^2$ .

- כתבו ביטוי של הפונקציה המתקבלת על ידי הזזות.
  - כתבו מהו ציר הסימטרייה של הפרבולה המתקבלת.
  - כתבו מהו קדקוד הפרבולה.
  - כתבו מהי נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר  $Y$ .
  - כתבו מהן נקודות האפס של הפונקציה.
- א. הזזה שמאלה ב<sup>-3</sup> יחידות, ואחר כך הזזה למעלה ב<sup>-4</sup> יחידות.
  - ב. הזזה ימינה ב<sup>-3</sup> יחידות, ואחר כך הזזה למטה ב<sup>-4</sup> יחידות.
  - ג. הזזה שמאלה ב<sup>-3</sup> יחידות, ואחר כך הזזה למטה ב<sup>-4</sup> יחידות.
  - ד. הזזה ימינה ב<sup>-3</sup> יחידות, ואחר כך הזזה למעלה ב<sup>-4</sup> יחידות.

42

בכל סעיף נתונים שיעורי הקדקוד של פרבולה שהתקבלה על ידי הזזה של הפרבולה  $f(x) = x^2$ . בכל סעיף כתבו:

- ביטוי של הפרבולה המתאימה.
- מהן נקודות האפס של הפונקציה?
- מהי נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר  $Y$ ?

א|  $(2, -1)$

ב|  $(-2, -1)$

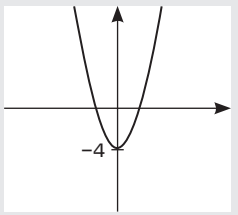
ג|  $(-2, 1)$

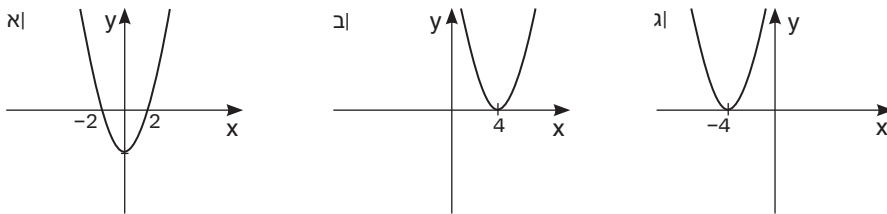
ד|  $(2, 1)$

הפרבולה של הפונקציה מהצורה  $h(x) = (x - p)^2 + k$  מתקבלת על ידי שתי הזזות של הפונקציה  $f(x) = x^2$ : הזזה אופקית, ואחר כך הזזה אנכית. אם נשנה את סדר ההזזה: קודם נבצע הזזה אנכית, ואחר כך הזזה אופקית, האם תשתנה התוצאה? הסבירו.

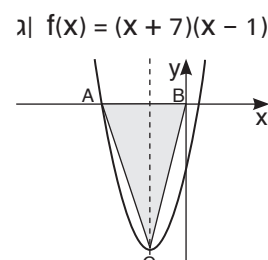
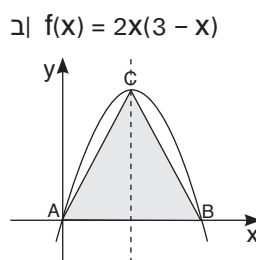
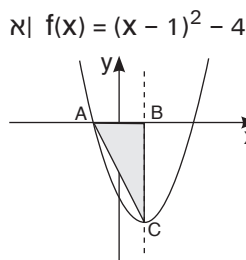
בכל סעיף נתונה פרבולה שהתקבלה על ידי הזזה של הפרבולה  $f(x) = x^2$ . לכל פרבולה כתבו ביטויים בשלוש צורות (כתבו תחילה את הצורה שהנתונים בסרטוט "מבליטים" אותה):

- צורת מכפלה  $g(x) = (x - m)(x - n)$
- צורה קדקודית  $g(x) = (x - p)^2 + k$
- צורה סטנדרטית  $g(x) = x^2 + bx + c$

	צורה קדקודית	צורת מכפלה	צורה סטנדרטית
	<p>על פי שיעורי הקדקוד <math>(0, -4)</math></p> $g(x) = (x - 0)^2 - 4$ $g(x) = x^2 - 4$	<p>על פי הנוסחה של הפרש הריבועים:</p> $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$	<p>מתקבלת מהביטוי:</p> $g(x) = x^2 - 4$ $g(x) = 1x^2 + 0x - 4$
1	2	3	3/אנחה



בכל אחד מהסרטוטים מתואר משולש שקדקודו C נמצא על ציר הסימטריה של הפרבולה. חשבו את שטח המשולש. תארו את שלבי הפתרון.

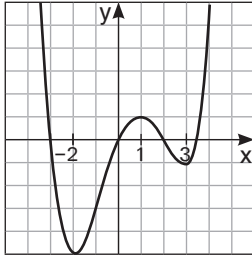


## עלייה וירידה, שליליות וחיוביות של פונקציה ריבועית

בכל סעיף נתונים שיעורי הקדקוד של פרבולה שהתקבלה על ידי הזזה של הפרבולה  $f(x) = x^2$ .

46

- סרטטו סקיצה של הפרבולה.
  - כתבו עבור אילו ערכים של  $x$  הפונקציה יורדת.
  - כתבו עבור אילו ערכים של  $x$  הפונקציה עולה.
- א |  $(0, -2)$     ג |  $(2, 0)$   
 ב |  $(1, 3)$     ד |  $(-1, -5)$

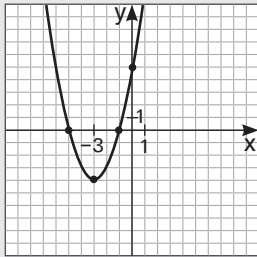


47

- לפניכם גרף של הפונקציה  $g(x)$ .
- $g(x)$  יורדת בתחום  $x < -2$ . כיצד רואים זאת בגרף?
  - $g(x)$  עולה בתחום  $-2 < x < 1$ . כיצד רואים זאת בגרף?
  - כתבו עוד תחום שבו  $g(x)$  עולה.
  - כתבו עוד תחום שבו  $g(x)$  יורדת.

### עלייה וירידה של פונקציה ריבועית

אוסף הערכים של  $x$ , שעבורם הפונקציה הריבועית עולה, הוא **תחום העלייה** של הפונקציה. אוסף הערכים של  $x$ , שעבורם הפונקציה הריבועית יורדת, הוא **תחום הירידה** של הפונקציה.



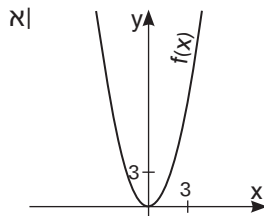
$f(x) = (x + 1)(x + 5)$  **ז'אנא**

קדקוד הפרבולה:  $(-3, -4)$

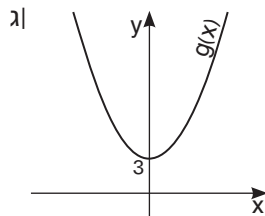
- $f(x)$  הוא תחום הירידה של הפונקציה  $f(x)$  עבור  $x < -3$ .
- $f(x)$  הוא תחום העלייה של הפונקציה  $f(x)$  עבור  $x > -3$ .

עבור כל פונקציה כתבו את תחום העלייה ואת תחום הירידה.

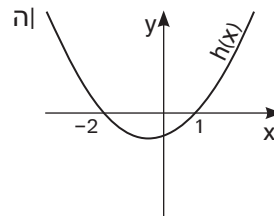
48



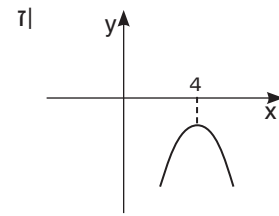
ב |  $y(x) = x^2 - 4$



ד |  $p(x) = (x + 6)^2$



ו |  $t(x) = (x - 2)^2 + 5$



ח |  $(x - 2)(x + 3)$

עבור כל פונקציה כתבו את תחום העלייה ואת תחום הירידה, אם אפשר.

49

א |  $m(x) = (x - 3)^2$

ב |  $m(x) = (x - 3)^2 - 9$

ג |  $h(x) = -1$

חישוב

בכל סעיף סרטטו מערכת צירים וסמנו בה את הנקודות (6, 8) ו-(1, 2).  
סרטטו גרף שעובר דרך שתי הנקודות לפי אפיוני הגרף הנתונים.  
אם אי-אפשר, הסבירו מדוע.  
א. עולה ב. יורד ג. עולה ואחר כך יורד ד. יורד ואחר כך עולה

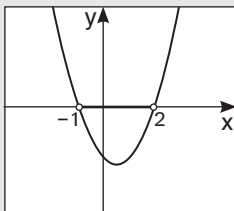
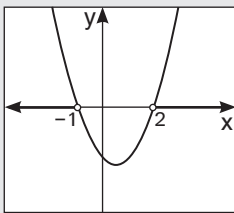
סרטטו גרף של פונקציה שיורדת עבור  $x > 5$  ו- $x < 0$ ,  
ועולה עבור:  $0 < x < 5$ .

- נתונה הפונקציה  $f(x) = (x + 1)(x - 2)$ .
- סרטטו סקיצה של הפרבולה  $f(x)$ .
  - סמנו את נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר  $x$ . מצאו את שיעוריהן ורשמו בסרטוט.
  - מצאו את נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר  $y$  ורשמו את שיעוריהן.
  - מצאו את שיעורי הקדקוד ורשמו בסרטוט.
  - כתבו את תחום העלייה ותחום הירידה של הפונקציה.
  - עבור אילו ערכים של  $x$  הערכים של הפונקציה הם חיוביים?
  - עבור אילו ערכים של  $x$  הערכים של הפונקציה הם שליליים?
  - פתרו. 1  $f(x) < 0$  2  $f(x) = 0$  3  $f(x) > 0$
  - היעזרו בתשובותיכם לסעיף ח וכתבו את הפתרונות של האי-שוויון:  $(x + 1)(x - 2) > 0$

### חיוביות ושליליות של פונקציה ריבועית

אוסף הערכים של  $x$ , שעבורם ערכי הפונקציה הריבועית חיוביים, נקרא **תחום החיוביות** של הפונקציה.  
אוסף הערכים של  $x$ , שעבורם ערכי הפונקציה הריבועית שליליים, נקרא **תחום השליליות** של הפונקציה.

$$f(x) = (x + 1)(x - 2) \quad \text{ז'אנרה}$$



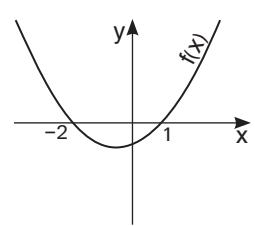
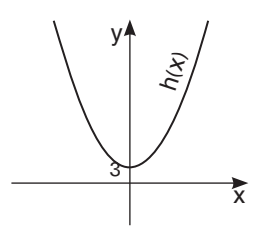
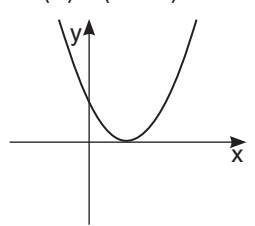
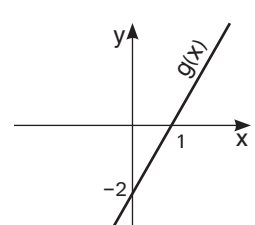
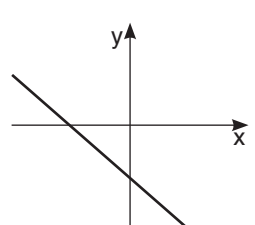
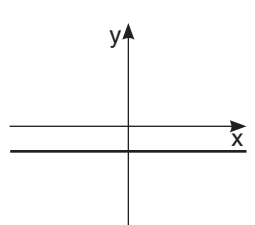
- תחום החיוביות** של  $f(x)$  מסומן בסרטוט:  
כל המספרים הגדולים מ-2 וקטנים מ-1.  
תחום החיוביות של  $f(x)$  הוא הפתרון של האי-שוויון:  
 $(x + 1)(x - 2) > 0$ , כלומר  $x < -1$ ,  $x > 2$

- תחום השליליות** של  $f(x)$  מסומן בסרטוט:  
כל המספרים שבין -1 ל-2.  
תחום השליליות של  $f(x)$  הוא הפתרון של האי-שוויון:  
 $(x + 1)(x - 2) < 0$ , כלומר  $-1 < x < 2$

**שימו לב:** ערכי ה- $x = 2$  ו- $x = -1$  אינם שייכים לתחום השליליות של הפונקציה ואינם שייכים לתחום החיוביות שלה, מכיוון שעבור הערכים האלה ערך הפונקציה הוא 0.

עבור כל פונקציה:

- כתבו את תחום החיוביות ותחום השליליות שלה.
- פתרו את המשוואה ואת האי־שוויון הרשומים מתחת לגרף הפונקציה.

<p>א </p>  <p><math>f(x) = 0</math> <math>f(x) &lt; 0</math></p>	<p>ג </p>  <p><math>h(x) = 0</math> <math>h(x) &gt; 0</math></p>	<p>ה  <math>m(x) = (x - 1)^2</math></p>  <p><math>m(x) = 0</math> <math>m(x) &gt; -2</math></p>
<p>ב </p>  <p><math>g(x) &lt; 0</math> <math>g(x) = -2</math></p>	<p>ד  <math>g(x) = -x - 5</math></p>  <p><math>g(x) &lt; 0</math> <math>g(x) = -5</math></p>	<p>ו  <math>h(x) = -1</math></p>  <p><math>h(x) = -1</math> <math>h(x) &gt; 0</math></p>

בכל סעיף:

- סרטטו סקיצה של פונקציה המתאימה לנתונים.
- תארו במילים את תחום החיוביות של הפונקציה.

א|  $f(0) = 0$

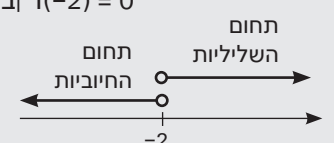
תחום החיוביות הוא  $x < 0$   
תחום השליליות הוא  $x > 0$

ד|

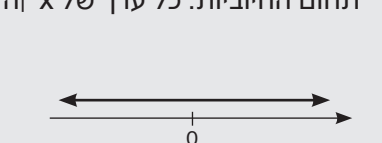


משלכם ז|

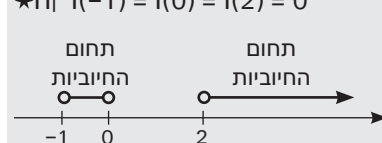
ב|  $f(-2) = 0$



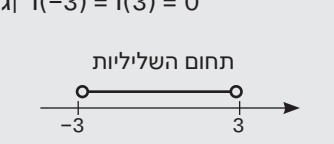
ה| תחום החיוביות: כל ערך של  $x$



\*ח|  $f(-1) = f(0) = f(2) = 0$



ג|  $f(-3) = f(3) = 0$



ו| תחום השליליות: אין

$f(5) = 0$

\*ט| תחום השליליות: אין

$f(1) = f(5) = 0$

55

- נתונה הפרבולה  $f(x) = (x - 5)^2 - 9$ .
- תארו כיצד הפרבולה הנתונה מתקבלת מהפרבולה  $f(x) = x^2$ .
  - מצאו את נקודות האפס של הפרבולה. סמנו אותן באותיות A, B על ציר x.
  - סמנו על ציר X את הנקודה שבה ציר הסימטרייה של הפרבולה חותך את ציר X.
  - מצאו עוד זוג נקודות על הפרבולה שהן סימטריות לגבי ציר הסימטרייה.
  - סרטטו סקיצה של הפרבולה.
  - כתבו את הביטוי של הפונקציה בצורת מכפלה.
  - כתבו מהם תחום העלייה ותחום הירידה של הפונקציה.
  - כתבו מהם תחום החיוביות ותחום השליליות של הפונקציה.
  - מדוע לצורת הביטוי  $(x - p)^2 + k$  לעתים קוראים צורה קדקודית?

משימות נוספות

56

- פרבולה חותכת את ציר X בנקודות  $(2, 0)$  ו- $(-2, 0)$ . קדקוד הפרבולה נמצא בנקודה  $(0, 6)$ .
- סרטטו סקיצה של הפרבולה.
  - מצאו את נקודות האפס של הפונקציה המתאימה לפרבולה.
  - מהו ציר הסימטרייה של הפרבולה?
  - הנקודות  $(3, -7.5)$  ו- $(-1, 4.5)$  שייכות לפרבולה. השלימו את השיעורים של הנקודות  $(1, ?)$  ו- $(-3, ?)$ .
  - כתבו שני ביטויים אלגבריים היכולים להתאים לפרבולה. הראו שהביטויים האלה הם שוויערך.

57

בכל סעיף:

- מצאו את נקודות האפס של הפונקציה.
  - מצאו את ציר הסימטרייה של הפונקציה.
  - מצאו את שיעורי הקדקוד של גרף הפונקציה.
  - מצאו את תחום החיוביות ותחום השליליות של הפונקציה.
  - מצאו את תחום העלייה ותחום הירידה של הפונקציה.
  - סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
  - פתרו את המשוואה  $f(x) = 0$ .
- א |  $f(x) = (x - 3)(x + 2)$     ג |  $f(x) = (x - 3)^2 + 2$     ה |  $f(x) = x^2 + 2$     ז |  $f(x) = (x + 2)^2 + 2$   
 ב |  $f(x) = x(x - 1)$     ד |  $f(x) = (x + 1)(x + 1)$     ו |  $f(x) = x^2 - 36$     ח |  $f(x) = (x - 1)^2$

58

- ידוע שהנקודות  $(17, 285)$  ו- $(23, 525)$  שייכות לגרף של הפונקציה הריבועית  $g(x) = x^2 + c$ .
- בכל סעיף ענו על השאלה, אם אפשר, והסבירו את תשובתכם.
- מהו המספר c?
  - הנקודות  $(-17, ?)$  ו- $(-23, ?)$  שייכות לגרף של הפונקציה. מהם שיעוריהן?
  - מהו ציר הסימטרייה של הפונקציה?
  - מהם תחום העלייה ותחום הירידה של הפונקציה?
  - מהם תחום החיוביות ותחום השליליות של הפונקציה?

## ג. הפונקציה $f(x) = ax^2$ והזזות שלה

### מה נלמד?

- הפונקציה  $f(x) = ax^2$
- הפונקציה  $f(x) = a(x - p)^2 + k$
- הפונקציה  $f(x) = a(x - m)(x - n)$

x	$f(x) = x^2$	$g(x) = 3x^2$
-2	4	
-1	1	
0	0	
1	1	
2	4	
3	9	

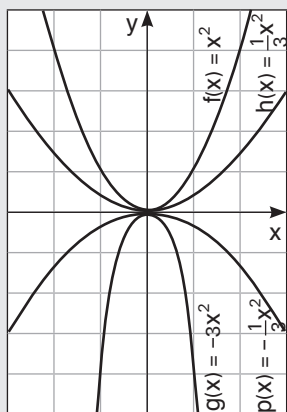
- 1 א. כתבו את הערכים של הפונקציה  $g(x) = 3x^2$ .  
 סמנו במערכת צירים אחת את הנקודות של גרף הפונקציה  $f(x)$  ושל גרף הפונקציה  $g(x)$ .  
 ב. מהו הקשר בין שיעורי הנקודות **בכל שורה** של הטבלה?  
 ג. סרטטו סקיצות של גרף הפונקציה  $f(x)$  ושל גרף הפונקציה  $g(x)$ .  
 ד. כיצד אפשר לקבל את הגרף של הפונקציה  $g(x)$  מהגרף של הפונקציה  $f(x)$ ?  
 ה. תארו את אפיוני הפרבולה  $g(x)$ . התייחסו למושגים: נקודות אפס, תחום חיוביות ותחום שליליות, קדקוד, ציר סימטריה, מינימום, מקסימום, תחום עלייה ותחום ירידה.  
 ו. פתרו:

- 1  $3x^2 = 0$       2  $3x^2 < 0$       3  $3x^2 = 27$       4  $3x^2 = -9$       5  $3x^2 = \frac{1}{3}$

x	$f(x) = 3x^2$	$g(x) = -3x^2$
-2	12	
-1	3	
0	0	
1	3	
2	12	
3	27	

- 2 א. כתבו את הערכים של הפונקציה  $g(x) = -3x^2$ .  
 סמנו במערכת צירים אחת את הנקודות של גרף הפונקציה  $f(x)$  ושל גרף הפונקציה  $g(x)$ .  
 ב. מהו הקשר בין שיעורי הנקודות **בכל שורה** של הטבלה?  
 ג. סרטטו סקיצות של גרף הפונקציה  $f(x)$  ושל גרף הפונקציה  $g(x)$ .  
 ד. כיצד אפשר לקבל את הגרף של הפונקציה  $g(x)$  מהגרף של הפונקציה  $f(x)$ ?  
 ה. תארו את אפיוני הפרבולה  $g(x)$ . התייחסו למושגים: נקודות אפס, תחום חיוביות ותחום שליליות, קדקוד, ציר סימטריה, מינימום, מקסימום, תחום עלייה ותחום ירידה.  
 ו. פתרו:

- 1  $-3x^2 = 0$       2  $-3x^2 < 0$       3  $-3x^2 = 27$       4  $-3x^2 = -27$       5  $-3x^2 = -\frac{1}{3}$



כאשר כופלים את הפונקציה  $f(x)$  במספר  $a$  כלשהו השונה מ-0  
 $(a \neq 0)$ , גרף הפונקציה  $f(x)$  משתנה.

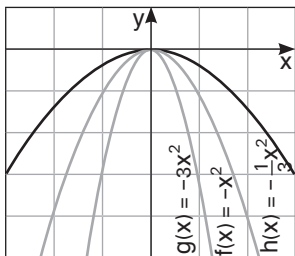
לשינוי הזה בגרף נקרא **מתיחה של גרף הפונקציה במספר  $a$** .  
 גרף הפונקציה  $g(x) = ax^2$  מתקבל על ידי מתיחה של גרף הפונקציה  $f(x) = x^2$  במספר  $a$ .  
 מתיחה גורמת לשינוי ב"רוחב" הפרבולה: התרחבות או התכווצות.

**צואנה**

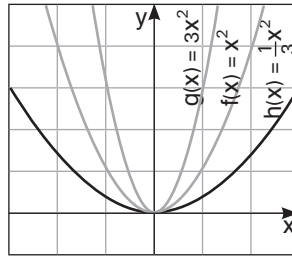
בסרטוט משמאל מופיעות 4 פרבולות.

כל פרבולה בסרטוט ניתן לקבל על ידי מתיחה של כל פרבולה אחרת. הסבירו.

**אם  $a < 0$**  אז לפרבולה  $ax^2$  יש **מקסימום**  
 בנקודה  $(0, 0)$ .  
 הערכים של הפונקציה הם שליליים או 0.



**אם  $a > 0$**  אז לפרבולה  $ax^2$  יש **מינימום**  
 בנקודה  $(0, 0)$ .  
 הערכים של הפונקציה הם חיוביים או 0.



x	f(x)	g(x)	h(x)

נתונות שלוש פונקציות:  $f(x) = x^2$     $g(x) = 2x^2$     $h(x) = 0.5x^2$   
 א. כתבו טבלת ערכים.

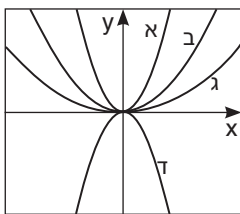
- ב. מהו הקשר בין הערכים של הפונקציות של שורה בטבלה?  
 כיצד הקשר מסביר את המתיחה בגרפים?
- ג. סרטטו במערכת צירים אחת סקיצות של שלוש הפרבולות.
- ד. מהן התכונות המשותפות של הפרבולות?
- ה. לכל הפרבולות האלה יש מינימום. הסבירו מדוע.

- ו. כיצד אפשר לדעת מראש, ללא טבלת ערכים, איזו משלוש הפרבולות רחבה יותר?
- ז. לכל הפרבולות האלה יש ציר סימטרייה משותף. הסבירו מדוע.

נתונות שלוש פונקציות:  $f(x) = -x^2$     $g(x) = -2x^2$     $h(x) = -0.5x^2$   
 א. בנו טבלת ערכים של הפונקציות.

- ב. סרטטו במערכת צירים אחת סקיצות של שלוש הפרבולות.
- ג. האם כל פרבולה בסקיצה שלכם אפשר לקבל מפרבולה אחרת על ידי מתיחה? הסבירו.
- ד. מהן התכונות המשותפות של הפרבולות?
- ה. לכל הפרבולות האלה יש מקסימום. הסבירו מדוע.





- 1  $f(x) = 4x^2$
- 2  $g(x) = 0.4x^2$
- 3  $h(x) = -4x^2$
- 4  $m(x) = x^2$

התאימו ביטוי של פונקציה לכל גרף:

5

סרטטו במערכת צירים אחת סקיצות של הפרבולות הנתונות. ליד כל סקיצה כתבו את מספר הסעיף המתאים.

6

א|  $f(x) = 3x^2$       ב|  $f(x) = 20x^2$       ג|  $f(x) = -3x^2$       ד|  $f(x) = \frac{3}{2}x^2$

סרטטו במערכת צירים אחת סקיצות של הפרבולות הנתונות. ליד כל סקיצה כתבו את מספר הסעיף המתאים.

7 ★  
הרחבה

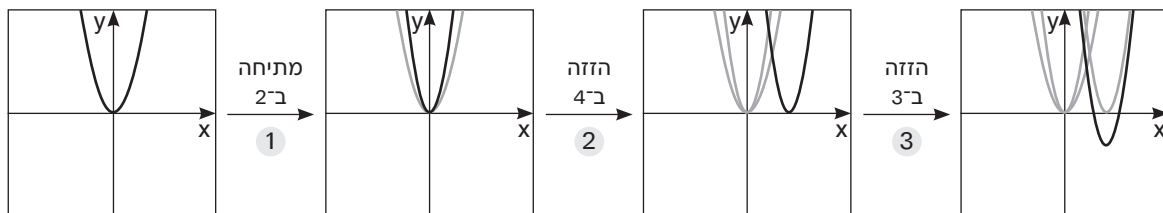
א|  $f(x) = \frac{1}{2}x^2$       ב|  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$       ג|  $f(x) = -0.8x^2$       ד|  $f(x) = -\frac{2}{3}x^2$

- א. בצעו בפרבולה  $f(x) = x^2$  הזזה ב-2 יחידות שמאלה, ואחר כך מתיחה ב-3. בכל שלב כתבו את הביטוי שהתקבל.
- ב. בצעו בפרבולה  $f(x) = x^2$  מתיחה ב-3, ואחר כך הזזה ב-2 יחידות שמאלה. בכל שלב כתבו את הביטוי שהתקבל.
- ג. השוו בין שני הביטויים הסופיים שהתקבלו בסעיפים א ו-ב. האם הסדר של השינויים שבוצעו בפרבולה  $f(x) = x^2$  משנה את התוצאה הסופית?

8 ★  
הרחבה

- לפניכם הפרבולה  $f(x) = x^2$  שבוצעו בה שינויים ב-3 שלבים. (הקווים האפורים מסמנים את הפרבולות בשלבים הקודמים). א. בכל אחד מהשלבים 1-3 כתבו את הביטוי המתאים לפרבולה שהתקבלה.

9 ★  
הרחבה



- ב. שנו את סדר השלבים: קודם בצעו הזזה ב-4 יחידות, אחר כך מתיחה ב-2, ולבסוף הזזה ב-3 יחידות. האם התוצאה הסופית שהתקבלה שונה מזאת שהתקבלה בסעיף הקודם? הסבירו.

בכל סעיף כתבו כיצד אפשר לקבל את הפרבולה הנתונה מהפרבולה  $m(x) = x^2$  על ידי צירוף של הזזות ומתיחות. סרטטו סקיצות של הפרבולות בכל שלב.

10

א|  $f(x) = 2(x - 3)^2$       ג|  $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + 2$       ה|  $f(x) = -3(x - 1)^2 - 2$       ז|  $f(x) = \frac{1}{2}(x - 1)^2 + 3$

ב|  $f(x) = 2x^2 - 3$       ד|  $f(x) = \frac{1}{3}(x + 2)^2$       ו|  $f(x) = -3(x - 2)^2 - 1$       ח|  $f(x) = 3(x - \frac{1}{2})^2 - 1$

- בכל סעיף נתונה פרבולה:
- תארו את השינויים שיש לבצע בפרבולה  $f(x) = x^2$  כדי שתתקבל הפרבולה הנתונה. סרטטו סקיצה של הפרבולה.
  - כתבו אם לפרבולה יש מינימום או מקסימום.
  - מצאו את נקודות האפס של הפונקציה.
  - כתבו באיזו נקודה על ציר  $x$  עובר ציר הסימטריה של הפרבולה.
  - כתבו 3 זוגות של נקודות סימטריות השייכות לפרבולה.
  - כתבו את תחום החיוביות ותחום השליליות של הפונקציה.
  - כתבו את תחום העלייה ותחום הירידה של הפונקציה.

א|  $f(x) = (x - 3)^2 - 4$

ה|  $f(x) = 4(x - 1)^2 - 9$

ב|  $f(x) = -2(x - 1)^2 + 18$

ו|  $f(x) = 0.5(x - 2)^2 - 2$

ג|  $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 3$

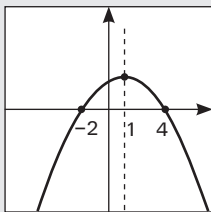
ז|  $f(x) = \frac{1}{2}(x - 1)^2 + 8$

ד|  $f(x) = -\frac{1}{3}(x + 2)^2 + 12$

ח|  $f(x) = -3(x - \frac{1}{2})^2 + 12$

- א. כיצד אפשר לדעת אם לפונקציה  $f(x) = a(x - p)^2$  יש מינימום או מקסימום? הסבירו.  
 ב. כיצד אפשר לדעת אם לפונקציה  $f(x) = a(x - p)^2 + k$  יש מינימום או מקסימום? הסבירו.

לכל פונקציה סרטטו סקיצה של פרבולה במערכת צירים. אם יש נקודות שאפשר לראות את שיעוריהן בביטוי, סמנו אותן וכתבו את המספרים המתאימים.



$f(x) = -2(x - 4)(x + 2)$  **ז'אנה**

מכיוון שהמקדם של  $x^2$  בביטוי הוא  $-2$ , וזהו מספר שלילי, לפונקציה יש מקסימום.  
 לפרבולה יש שתי נקודות חיתוך עם ציר  $x$ :  $(-2, 0)$   $(4, 0)$   
 הקדקוד של הפרבולה נמצא על ציר הסימטריה העובר באמצע, בין שתי הנקודות האלה, כלומר ציר הסימטריה עובר דרך הנקודה  $(1, 0)$  על ציר  $x$ .

א|  $f(x) = 5(x - 2)^2$

ב|  $f(x) = -5x^2 - 2$

ג|  $f(x) = 0.5(x - 1)(x + 1)$

ד|  $f(x) = -0.5(x - 1)^2 - 2$

- ענו על השאלות והסבירו את תשובותיכם:
- א. כמה פתרונות יש למשוואה  $-x^2 = d$  אם ידוע ש- $d$  הוא מספר חיובי כלשהו?  
 ב. כמה פתרונות יש למשוואה  $-x^2 = d$  אם ידוע ש- $d$  הוא מספר שלילי כלשהו?

- כלל ביטוי סרטטו סקיצה של פרבולה במערכת צירים.
- תארו את מאפייני הפרבולה. התייחסו למושגים: תחום חיוביות ותחום שליליות, נקודות אפס, קדקוד, ציר סימטרייה, מינימום, מקסימום, תחום עלייה ותחום ירידה.

א) $g(x) = -x^2 - 4$	ג) $p(x) = -(x - 3)^2$	ה) $t(x) = -(x + 3)^2 + 4$
ב) $k(x) = -x^2 + 4$	ד) $y(x) = -(x + 3)^2$	ו) $f(x) = -(x - 3)^2 + 4$

- בכל סעיף כתבו ביטויים של שתי פונקציות ריבועיות מתאימות.
- שיעורי הקדקוד הם  $(0, 5)$ ; לפונקציה יש מקסימום.
  - שיעורי הקדקוד הם  $(2, 0)$ ; לפונקציה יש מקסימום.
  - שיעורי הקדקוד הם  $(-2, 0)$ ; לפונקציה יש מינימום.
  - שיעורי הקדקוד הם  $(2, 5)$ ; לפונקציה יש מינימום.
  - שיעורי הקדקוד הם  $(2, 5)$ ; לפונקציה יש מקסימום.

פתרו את המשוואות. היעזרו בסקיצות של המשוואות.

א) $-x^2 - 8 = 0$	ו) $-(x - 2)^2 = -4$	יא) $0.3(1 - x)^2 = 0$
ב) $-x^2 - 5 = -1$	ז) $-(x - 2)^2 - 5 = 0$	יב) $3(x - 1)^2 = 27$
ג) $x^2 - 7 = -7$	ח) $-(x + 1)^2 - 4 = -4$	יג) $-x^2 - 8 = 100 + (x - 4)^2$
ד) $-(x - 2)^2 = -16$	ט) $-(x - 2)^2 + 10 = 9$	יד) $-(x - 5)(x + 5) = x^2 - 25$
ה) $-x^2 = 0$	י) $-(x - 3)(x - 9) = 0$	טו) $(x - 2)(x + 2) = x - 2$ *

משימה לסיכום

- נתונה הפרבולה  $f(x) = -4(x - 1)^2 - 9$ .
- תארו כיצד הפרבולה הנתונה מתקבלת מהפרבולה  $f(x) = x^2$ .
  - מצאו את נקודות האפס של הפרבולה. סמנו אותן באותיות A, B על ציר X.
  - באיזו נקודה ציר הסימטרייה של הפרבולה חותך את ציר X? סמנו אותה באות T על ציר X.
  - מהו המרחק של כל אחת מהנקודות A, B מהנקודה T?
  - מצאו עוד זוג נקודות על הפרבולה שהן סימטריות לגבי ציר הסימטרייה.
  - מצאו את תחום החיוביות ותחום השליליות של הפונקציה.
  - מצאו את תחום העלייה ותחום הירידה של הפונקציה.

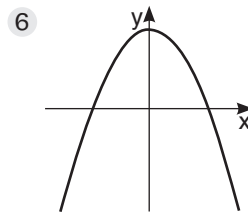
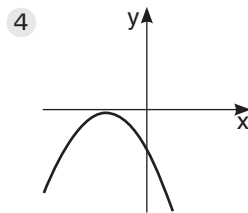
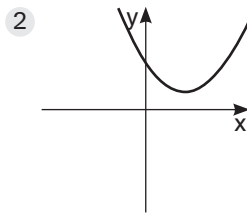
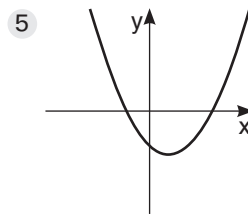
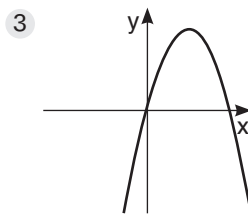
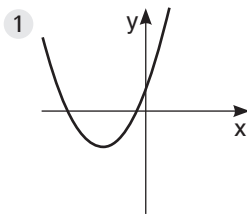
19

- לכל ביטוי סרטטו סקיצה של פרבולה במערכת צירים.
- תארו את מאפייני הפרבולה. התייחסו למושגים: נקודות אפס, תחום חיוביות ותחום שליליות, קדקוד, ציר סימטרייה, מינימום, מקסימום, תחום עלייה ותחום ירידה.

אא  $y(x) = -3x^2 - 1$       אג  $p(x) = 4(x - 1)^2$       אה  $g(x) = 2(x - 1)^2 + 4$   
 אב  $k(x) = 9 - x^2$       אד  $f(x) = -(x + 3)(x + 2)$       או  $t(x) = -7(1 - x)^2$

20

- א. בכל סעיף כתבו ביטוי של פונקציה היכול להתאים לגרף הנתון.  
 ב. בסעיף 1 כתבו ביטוי מתאים נוסף.



21

בכל סעיף יש נתון מסוים. הוסיפו את החסר:

סקיצה	ביטוי	נקודות האפס	שיעורי הקדקוד	ערך היא של ציר הסימטרייה
	$f(x) = 2(x - 3)(x - 7)$			
	$f(x) = -2(x - 3)^2 + 2$			
			(3, -1)	
		(0, 0) (-3, 0)		

1 לפניכם רשימה של פונקציות ריבועיות. כתבו כל פונקציה בצורה  $ax^2 + bx + c$ . כתבו מהם  $a, b, c$ .  
 א)  $f(x) = x^2 + 1$       ב)  $f(x) = -2 - x^2$       ג)  $f(x) = 0.5x^2$       ד)  $f(x) = -3 - x + x^2$

2 בכל סעיף:

- סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- תארו את מאפייני הפונקציה: נקודות אפס, נקודת חיתוך עם ציר  $Y$ , תחום עלייה ותחום ירידה, קדקוד, מקסימום או מינימום, ציר סימטריה, תחום שליליות ותחום חיוביות.

א)  $f(x) = x^2 - 25$       ג)  $f(x) = -x^2 - 81$       ה)  $f(x) = -x^2 + 5$       ז)  $f(x) = x^2 + 64$   
 ב)  $f(x) = x^2 - 100$       ד)  $f(x) = x^2 + 5$       ו)  $f(x) = 2x^2 + 123$       ח)  $f(x) = -2 - x^2$

3 בכל סעיף:

- כתבו כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר  $X$ . כתבו את שיעורי הנקודות.
- כתבו כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר  $Y$ . כתבו את שיעורי הנקודות.

א)  $f(x) = (2 - x)(x + 2)$       ג)  $f(x) = -9(x + 1)(x - 1)$       ה)  $f(x) = (x + 1)^2$   
 ב)  $f(x) = -5(x - 2)$       ד)  $f(x) = x^2 - 10,000$       ו)  $f(x) = -(x + 2)^2 + 16$

4 ידוע שקדקוד הפונקציה  $g(x) = x^2 - c$  נמצא בנקודה  $(0, -9)$ .  
 בכל סעיף ענו על השאלה, אם אפשר, והסבירו את תשובתכם.  
 א. מהו המספר  $c$ ?

- ב. מצאו את שיעורי הנקודות השייכות לגרף של הפונקציה:  $(-1, ?)$   $(-3, ?)$   $(3, ?)$   $(1, ?)$   $(?, 16)$   $(?, -5)$ .
- ג. מהו ציר הסימטריה של הפונקציה?
- ד. עבור אילו ערכי  $x$  הפונקציה עולה? יורדת?
- ה. עבור אילו ערכי  $x$  הפונקציה חיובית? שלילית?
- ו. מהי נקודת החיתוך עם ציר  $Y$ ?

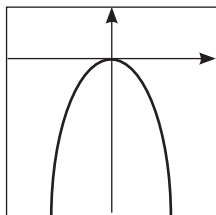
5 תארו את אפיוני הפרבולה  $h(x) = (x - 1)^2 - 4$ :

- א. באיזו נקודה הגרף של  $h(x)$  חותך את ציר  $y$ ? הסבירו.
- ב. מהו הערך של  $x$  שבו יש מינימום לגרף הפונקציה  $h(x)$ ?
- ג. באילו נקודות הגרף של  $h(x)$  חותך את ציר  $x$ ? הסבירו.
- ד. כתבו טבלת ערכים של הפונקציה וסרטטו סקיצה של הפרבולה.
- ה. עבור אילו ערכים של  $x$  ערכי  $h(x)$  חיוביים? שליליים?  $0$ ? הסבירו.
- ו. עבור אילו ערכים של  $x$  הפונקציה  $h(x)$  יורדת? עולה?

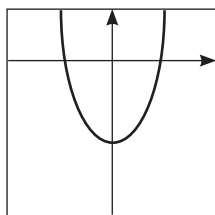
6

- א. תארו את אפיוני הפרבולה  $h(x) = 2(x - 3)(4 - x)$ .
- ב. באילו נקודות הגרף של  $h(x)$  חותך את ציר  $x$ ? מדוע?
- ג. סרטטו סקיצה של הגרף וענו: עבור אילו ערכים של  $x$  ערכי  $h(x)$  חיוביים? שליליים?  $0$ ? הסבירו.
- ד. עבור אילו ערכים של  $x$  הפונקציה  $h(x)$  יורדת?
- ה. עבור אילו ערכים של  $x$  הפונקציה  $h(x)$  עולה?
- ו. מהו הערך של  $x$  שבו יש מינימום לגרף הפונקציה  $h(x)$ ?

א|  $f(x) = -x^2$



ב|  $f(x) = x^2 - 16$



בכל סעיף נתונה פונקציה בשני ייצוגים:

- כמה נקודות חיתוך עם ציר  $x$  יש לגרף הפונקציה?
- פתרו את המשוואה  $f(x) = 0$ .
- כיצד קשורים פתרונות המשוואה לנקודות החיתוך עם ציר  $x$ ?
- מהם שיעורי נקודות האפס של הפונקציה?
- מהי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר  $y$ ?

7

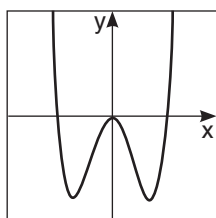
חיסוק

לפניכם גרף הפונקציה  $f(x) = x^2(x - 5)(x + 5)$

א. פתרו את המשוואה:  $x^2(x - 5)(x + 5) = 0$

ב. מצאו את נקודות החיתוך של הגרף עם ציר  $y$ .

ג. כתבו את תחום החיוביות ותחום השליליות של הפונקציה.



8

הרחבה

עבדו באתר "לראות מתמטיקה: פונקציות" בפעילויות האלה:

א. אותה הפונקציה, כללי התאמה שונים

<http://www.cet.ac.il/math/function/square/multi/multi3.htm>

ב. פירוק למכפלה של פונקציות קוויות

<http://www.cet.ac.il/math/function/square/multi/multi5.htm>

ג. משפחות של פונקציות

<http://www.cet.ac.il/math/function/square/connection/connection4.htm>

ד. תרגילים

[/http://www.cet.ac.il/math/function/square/multi](http://www.cet.ac.il/math/function/square/multi)

ה. שטחים לארנבים

<http://www.cet.ac.il/math/function/square/multi/multi6.htm>

ו. תכנון קופסאות

<http://www.cet.ac.il/math/function/square/multi/multi9.htm>

9

עמ' 6 (1) א. 2, 3, 5, 6 ב. 2, 3, 6

(2) א.  $a = 3, b = 2, c = -5$  ב.  $a = 1, b = 0, c = 0$  ג.  $a = 3, b = 0, c = 0$  ד.  $a = -3, b = 2, c = 5$

ה.  $a = -1, b = 2, c = 5$  ו.  $a = 1, b = 0, c = -7$  ז.  $a = 1, b = 1, c = 0$  ח.  $a = -1, b = 0, c = 0$

עמ' 7 (5) א.  $(0, 0)$  ב. חיובי עבור  $x \neq 0$ , שלילי עבור  $x < 0$ , עולה עבור  $x > 0$  ג. יורדת עבור  $x < 0$ , עולה עבור  $x > 0$

עמ' 8 (8) א.  $(0, 0)$  ב. ציר  $Y$  ( $x = 0$ ) ג.  $h(0) = 0, h(3) = 9, h(-3) = 9, h(\frac{1}{2}) = \frac{1}{4}, h(\frac{1}{4}) = \frac{1}{4}$  ד.  $x = -3, x = 3$

עמ' 9 (10) א. A, C ב. B ג.  $A(2, 0), B(0, -16), C(-8, 0)$  (11) ב.  $x = 2, x = -7$  ג.  $(2, 0), (-7, 0)$  ד.  $(-14, 0)$

עמ' 10 (12) א.  $(3, 0), (-3, 0), (0, -9)$  ב.  $(27, 0), (0, -81)$  ג.  $(-2, 0), (0, 4)$  ד.  $(4, 0), (0, 16)$

(13) 40 ס"מ, 64 ס"מ (14)  $45^\circ, 90^\circ, 45^\circ$  משולש ישר-זווית שווה-שוקיים

עמ' 11 (15) א. ריבועית;  $x = -2, x = 4$ ;  $(-2, 0), (4, 0), (0, 8)$ ; ציר הסימטריה  $x = 1$ , קדקוד  $(1, 9)$

ב. ריבועית;  $x = 3$ ;  $(3, 0), (0, 9)$ ; ציר הסימטריה  $x = 3$ , קדקוד  $(3, 0)$

ד. ריבועית;  $x = 2, x = 5$ ;  $(2, 0), (5, 0), (0, -10)$ ; ציר הסימטריה  $x = 3.5$ , קדקוד  $(3.5, 2.25)$

ה. ריבועית; אין פתרון; אין נקודות אפס;  $(0, 9)$ ; ציר הסימטריה  $x = 0$ , קדקוד  $(0, 9)$

ו. לא ריבועית;  $x = -5, x = 0, x = 5$ ;  $(-5, 0), (0, 0), (5, 0)$

עמ' 12 (19) א.  $a = 1, b = 0, c = 5$  ב.  $a = -2, b = 0, c = 0$  ג.  $a = -1, b = 0.5, c = 0$  ד.  $a = 1, b = 1, c = 10$

עמ' 13 (20) א.  $(0, 0), (1.5, 0), (0, 0)$  ב.  $(3, 0), (-3, 0), (0, 9)$  ג.  $(1, 0), (0, 1), (0, 49)$ ;  $(7, 0)$  ד.  $(0, 49); (7, 0)$

(21) א. לא ריבועית;  $x = 3$ ;  $(3, 0), (0, -6)$  ב. ריבועית;  $x = 2, x = -2$ ;  $(2, 0), (-2, 0)$ ;  $(0, 4)$

ג. ריבועית;  $x = 0$ ;  $(0, 0), (0, 0)$  ד. ריבועית;  $x = 0, x = 4$ ;  $(0, 0), (4, 0)$

עמ' 14 (2) ב.  $x = -5, x = -1$  ג.  $x = -3$  באמצע נקודות החיתוך ד.  $(-3, -4)$ , מינימום ה.  $(0, 5)$

עמ' 16 (3) א. מקסימום ב- $(-1, 16)$  ו. מינימום ב- $(4, -48)$

עמ' 17 (8) א.  $A(-3, 12)$  ב. 4 יחידות בצד שמאל ג.  $D(4, 5)$  ד. 3 יחידות בצד ימין

(9) א.  $(4, 21)$  ב.  $(1, 60)$  ג.  $(3, 32)$  ד.  $(7, 0)$  (11) א.  $f(x) = x(5 - x)$  ג.  $(2.5, 6.25)$

עמ' 18 (17) א. 4 יחידות למטה,  $g(x) = x^2 - 4$ ,  $(0, -4)$  ב. 36 יחידות למטה,  $h(x) = x^2 - 36$ ,  $(0, -36)$

עמ' 19 (19) ב. 9 יחידות למעלה ג.  $(0, 9)$  מינימום ד. לא ה.  $(0, 9)$  ו.  $x = 0$  ז. חיובי - כל  $x$

ח. 1 אין פתרון 2  $x = 0$  3 כל  $x$  4 אף  $x$  5  $x = 6, x = -6$  6 אין פתרון

עמ' 20 (20) ב. 4 יחידות למטה ג.  $(0, -4)$  מינימום ד.  $(-2, 0), (2, 0)$  ה.  $(0, -4)$  ו.  $x = 0$

ז. חיובי:  $x < -2$  או  $x > 2$  שלילי:  $-2 < x < 2$ , אפס:  $x = 2, x = -2$ ,  $x = -2, x = 2$

(22) א. לא ב.  $y(x) = (x - a)(x + a)$  (24) 6 יחידות למעלה

- עמ' 21 (25) ב.  $p(x) = x^2 + 2$  (26) א. 2 יחידות למטה ב. 2 יחידות למעלה ג. 4 יחידות למטה ד. אי-אפשר
- (27) א.  $x = 0$  ד.  $c = 3$  ה.  $(0, -234)$  (28) א.  $f(x) - g(x)$ ,  $2 - g(x)$  ב.  $g(x) - f(x)$  3 יחידות ימינה
- עמ' 22 (31) ב. 9 יחידות שמאלה ג.  $(-9, 0)$  מינימום ד.  $(-9, 0)$  ה.  $(0, 81)$  ו.  $x = -9$
- ט. 1  $x = -9$  2  $x \neq -9$  3  $x = -9$  4  $x = 0$ ,  $x = -18$  5 אין פתרון 6 אין פתרון
- עמ' 23 (32) א. 3 יחידות ימינה,  $(3, 0)$  ב. 9 יחידות למטה,  $(0, -9)$  ג. 5 יחידות שמאלה,  $(-5, 0)$
- ה. 0.25 יחידות למעלה,  $(0, 0.25)$  (33) א.  $x^2 - 3$  ב.  $(x + 3)^2$  ג.  $(x - 3)^2$  ג.  $x^2 + 3$  (36) א. 1, 9 ב. אין פתרון
- עמ' 24 (38) א.  $p = 3$   $g(x) = (x - 3)^2$  שיעורי הקדקוד:  $(3, 0)$  ב.  $g(x) = (x - 3)^2 - 5$  ג. שיעורי הקדקוד:  $(3, -5)$
- עמ' 25 (39) א. 1 יחידה אחת ימינה ו-4 יחידות למטה 2  $(1, -4)$  3  $x = 1$  4  $(0, -3)$  5  $(3, 0)$ ,  $(-1, 0)$
- ו. 1 יחידה אחת ימינה ו-4 יחידות למטה 2  $(1, -4)$  3  $x = 1$
- (40) א.  $(x + 6)^2 - 7$ ,  $(x + 6)^2$  ב.  $(x - 8)^2 - 20$ ,  $(x - 8)^2$  ג.  $(x + 3)^2 + 5$ ,  $(x + 3)^2$  ד.  $(x - 2)^2 + 5$ ,  $(x - 2)^2$
- (41) א.  $x^2 + 4$ ,  $x = -3$ ;  $(-3, 4)$ ;  $(0, 13)$ ; אין נקודות אפס ב.  $x^2 - 4$ ,  $x = 3$ ;  $(3, -4)$ ;  $(0, 5)$ ;  $(1, 0)$ ;  $(5, 0)$
- (42) א.  $(x - 2)^2 - 1$ ,  $(1, 0)$ ;  $(3, 0)$ ;  $(0, 3)$  ב.  $(x + 2)^2 - 1$ ,  $(-1, 0)$ ;  $(-3, 0)$ ;  $(0, 3)$
- עמ' 26 (45) א. 4 ב. 6.75 ג. 64
- עמ' 27 (46) א.  $x < 0$  הפונקציה יורדת,  $x > 0$  הפונקציה עולה
- (49) א.  $x < 3$  הפונקציה יורדת,  $x > 3$  הפונקציה עולה ג. פונקציה קבועה
- עמ' 28 (52) א.  $(-1, 0)$  ב.  $(2, 0)$  ג.  $(0, -2)$  ד.  $(0.5, -2.25)$  ה.  $x < 0.5$  הפונקציה יורדת ו.  $x > 2$ ,  $x < -1$  ז.  $-1 < x < 2$
- עמ' 29 (53) א. תחום החיוביות:  $x > 1$ ,  $x < -2$  תחום השליליות:  $-2 < x < 1$  ב. תחום החיוביות:  $x > 1$  תחום השליליות:  $x < 1$
- עמ' 30 (56) א.  $x = 0$  ד.  $(-3, -7.5)$  (1, 4.5) (57) א.  $(-2, 0)$ ,  $(3, 0)$ ;  $x = 0.5$ ;  $(0.5, -6.25)$ ; חיובית:  $x < -2$  או  $x > 3$ , שליליות:  $-2 < x < 3$ ; עלייה:  $x > 0.5$ , ירידה:  $x < 0.5$ ;  $x = 3$ ,  $x = -2$  ח.  $(1, 0)$ ;  $x = 1$ ;  $(1, 0)$ ; חיובית:  $x \neq 1$ , שליליות: אין; עלייה:  $x > 1$ , ירידה:  $x < 3$  א.  $c = -4$  (58) א.  $(-17, 285)$ ,  $(-23, 525)$  ג.  $x = 0$  ד. עלייה:  $x > 0$ , ירידה:  $x < 0$
- עמ' 33 (5) א. 1 ג. 2 ד. 3 ב. 4 א.  $(x + 2)^2$ ;  $3(x + 2)^2$  ב.  $3x^2$ ;  $3(x + 2)^2$
- (9) א. 1  $2x^2$  2  $2(x - 4)^2$  3  $2(x - 4)^2 - 3$  ב. 1  $(x - 4)^2$  2  $2(x - 4)^2$  3  $2(x - 4)^2 - 3$
- (10) א. הזזה 3 יחידות ימינה, מתיחה ב-2 ב. מתיחה ב-2, הזזה 3 יחידות למטה
- ח. הזזה  $\frac{1}{2}$  יחידה ימינה, מתיחה ב-3, הזזה יחידה אחת למטה
- עמ' 34 (11) א. הזזה 3 יחידות ימינה, הזזה 4 יחידות למטה; מינימום:  $(1, 0)$ ,  $(5, 0)$ ;  $(3, 0)$ ; חיובית:  $x < 1$  או  $x > 5$ ; שליליות:  $1 < x < 5$ ; עלייה:  $x > 3$ , ירידה:  $x < 3$  ג. מתיחה ב- $\frac{1}{3}$ , הזזה 3 יחידות למטה; מינימום:  $(3, 0)$ ,  $(-3, 0)$ ;  $(0, 0)$ ; חיובית:  $x < -3$  או  $x > 3$ ; שליליות:  $-3 < x < 3$ ; עלייה:  $x > 0$ , ירידה:  $x < 0$
- עמ' 35 (17) א. אין פתרון ח.  $x = -1$  ט.  $x = 1$ ,  $x = 3$  י.  $x = 3$ ,  $x = 9$